

114年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：天文

科 目：應用數學（包括微積分、微分方程與向量分析）

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目得以本國文字或英文作答。

一、將下列矩陣分解成上三角矩陣 L 和下三角矩陣 U 的乘積，其中 L 的對角線都是 1。（20 分）

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix} = LU$$

二、求常微分方程式 $y'''(x) + y''(x) + y'(x) + y(x) = e^{-x} + 4x$ 的通解，以實數函數表示。（20 分）

三、設曲線 C 為兩曲面 $x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 20$ 與 $x^2 + y^2 + z = 4$ 之交線，求 C 上一點 $(0, 1, 3)$ 之切線。（20 分）

四、使用重積分計算單位球的表面積。（20 分）

五、使用分離變數法求第一象限上偏微分方程 $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0$ 的通解 $u(r, \theta)$ ，其中 (r, θ) 為極座標，邊界條件 $u(r, 0) = u(r, \pi/2) = 0$ 。（20 分）
提示： $u(r, \theta)$ 在原點要有定義。