

110年公務人員特種考試司法人員、法務部調查局
調查人員、海岸巡防人員、移民行政人員考試及110年
未具擬任職務任用資格者取得法官遴選資格考試試題

考試別：調查人員
等 別：三等考試
類 科 組：電子科學組
科 目：工程數學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、考慮下列系統

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 4 \\ x_1 + 9x_2 - 2x_3 = -8 \\ 4x_1 - 8x_2 + 11x_3 = 15 \end{cases}, \text{ 令 } A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 9 & -2 \\ 4 & -8 & 11 \end{bmatrix}.$$

(一)求 A 的行列式值 (determinant of A)。(5 分)

(二)求 A 的反矩陣 A^{-1} (inverse of A)。(10 分)

(三)求解 (x_1, x_2, x_3) 。(10 分)

二、設 $A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix}$ ，求 A^{14} 。(10 分)

三、求解 $y''(t) + 9y(t) = \sin 2t + \delta(t-1)$, $y'(0) = 1$, $y(0) = 0$ ，其中 $y''(t) \triangleq \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$,

$y'(t) \triangleq \frac{dy(t)}{dt}$ ， $\delta(\cdot)$ 為單位脈衝函數 (unit impulse function/Dirac delta function)。(15 分)

四、定義函數 $f(t)$ 的拉氏轉換 (Laplace transform) $F(s)$ 為

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt.$$

$$\text{設 } f(t) = \begin{cases} t+1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}; g(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 5 \\ 0, & t \geq 5 \end{cases}.$$

(一)求 $f(t)$ 的拉氏轉換 (Laplace transform) $F(s)$ 。(5 分)

(二)求 $g(t)$ 的拉氏轉換 (Laplace transform) $G(s)$ 。(5 分)

五、設 C 為複數平面上 $|z|=3$ 之圓，求解：

$$\oint_C \frac{e^z}{(z+i)(z+2i)^3} dz, i = \sqrt{-1} \text{。 (20 分)}$$

六、設連續隨機變數 X 的機率密度函數 (probability density function) 為

$$f_X(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

若連續隨機變數 $Y = (2X + 1)^2$ ，求解：

(一) X 的期望值 (expected value)： $E[X]$ 。(5 分)

(二) X^2 的期望值： $E[X^2]$ 。(5 分)

(三) Y 的機率密度函數： $f_Y(y)$ 。(10 分)