

類 科：統計

科 目：統計學

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

參考值： $t_{20,0.05}=1.7247$ ， $t_{22,0.05}=1.7171$ ， $t_{20,0.025}=2.086$ ， $t_{22,0.025}=2.0739$ ， $\chi^2_{2,0.05}=5.9915$ ， $\chi^2_{3,0.05}=7.8147$ ， $\chi^2_{5,0.05}=11.0705$ ， $F_{2,10,0.05}=4.1028$ ， $F_{3,12,0.05}=3.4903$ ， $F_{3,40,0.05}=2.8387$ ， $F_{3,45,0.05}=2.8115$ ， $F_{3,40,0.025}=3.4633$ ， $F_{3,45,0.025}=3.4224$

一、從參數為 λ 的指數分配中，隨機抽出一組樣本（大小是 5 個），說明此樣本中位數並不是母體中位數的不偏估計量。（13 分）

二、若指數分配其參數為 λ ，當檢定 $H_0: \lambda = \lambda_0$ vs. $H_a: \lambda > \lambda_0$ ，導出概似比檢定（likelihood ratio test），並以 $\bar{x}$ 表示之。（13 分）

三、王研究員想研究 3 種廠牌咖啡的口味是否有顯著差異，找了 6 位品評員做測試，每位都隨機次序品嚐這 3 種廠牌的咖啡，評分結果如下：

品評員	1	2	3	4	5	6
廠牌 A	8	7	4	5	7	6
廠牌 B	5	3	4	4	3	4
廠牌 C	4	6	3	2	5	1

若對廠牌 A、B 及 C 評分，是服從常態分配，且變異數都相等。在 $\alpha=0.05$ ，試問廠牌 A、B 及 C 評分是否有相同的平均數？（15 分）

四、從一母體為 $\{1, 2, 3, 4\}$ ，隨機抽出 $n = 2$ 個為樣本。每抽一個元素為 1、3 或 4 的機率各為 0.2，抽中 2 的機率為 0.4，採用取出放回的抽樣法。設 $\hat{\tau} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i / \delta_i$ ，其中 y_i 為第 i 次抽中的元素， δ_i 為抽中的元素 y_i 的機率。詳細說明 $E(\hat{\tau}) = \tau$ （ τ 為母體元素總和）是否成立？（15 分）

五、若 $X_1, X_2, \dots, X_5$ 是服從 $N(0, \sigma^2)$ 且互相獨立。求 k 值，使得 $\frac{k(X_1 - X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2}}$ 為一個 t 分配，並求此 t 分配的自由度為何？（9 分）

(請接背面)

類 科：統計
科 目：統計學

六、有一研究員從 4 家類似的公司，隨機各抽取 11 位員工進行考試，所得考試分數結果之 ANOVA 表如下：

變異來源	平方和	自由度	均方和	F	p-值
公司	1154	(a)		(c)	(d)
誤差			109.475		
總和		(b)			

(一)計算出(a)、(b)、(c)及(d)之數值。(8分)

(二)若其中兩家公司之考試資料分別為 x 與 y ，且 $\sum_{i=1}^{11} x_i = 630$ ， $\sum_{i=1}^{11} y_i = 592$ ，

$\sum_{i=1}^{11} (x_i - \bar{x})^2 = 998.2$ ， $\sum_{i=1}^{11} (y_i - \bar{y})^2 = 779.6$ 。假設 $\alpha = 0.05$ ，檢定兩家公司員工之平均

考試分數是否相同？假設兩家員工考試資料的變異數相等。(8分)

(三)以上(二)與(一)之結果，是否有矛盾的現象？(4分)

七、有一機率密度函數 $f(y) = 1/\theta$ ， $0 \leq y \leq \theta$ 。在顯著水準 $\alpha = 0.10$ 之下，欲檢定 $H_0: \theta = 2.0$ vs. $H_a: \theta < 2.0$ ，所採用檢定統計量為 $Y_{(8)} = \max\{y_1, y_2, \dots, y_8\}$ ，當 $\theta = 1.7$ 時，犯型二誤差 (type II error) 的機率為多少？(15分)