

等 別：高等考試
類 科：資訊技師
科 目：離散數學與應用統計
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、假設 p 、 q 和 r 是命題 (propositions)，請決定以下的複合命題 (compound proposition)： $[(p \oplus q) \wedge r] \rightarrow (p \vee q)$ 為恆真 (tautology)、矛盾 (contradiction) 或是適然 (contingency)？請證明您的答案。(10 分)

二、已知的論述 (argument) 如下：

$\neg P \rightarrow \neg Q$

$Q \vee R$

$\neg (S \vee R)$

$\therefore P$

假如上述的論述為有效 (valid)，請證明之；反之，若為無效 (invalid) 論述，則請舉出特定的 P 、 Q 、 R 與 S 為真 (true)，但卻使得論述的結論 (conclusion) 為假 (false)。(15 分)

三、已知的自動機 (machine)， M ，如下：

輸入 狀態	0	1
A	A/1	B/0
B	B/0	C/0
C	C/0	D/0
D	A/1	D/1

請決定 M 的起始狀態 (initial state)。(15 分)

四、假設已知的後序排序 (postorder) 為 IEJFCGKLHDBA，且中序排序 (inorder) 為 EICFJBGDKHLA，請問是否可以由此決定出一個唯一的二元樹 (an Unique Binary Tree)？如果是，請畫出此唯一的二元樹；如果不是，請畫出至少二種不同的二元樹，但是具有與前述相同的後序排序及中序排序結果。(10 分)

五、令 X 的密度函數 (Density function) 如下：

$$P_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi(1+x^2)} & \text{for } x > 0 \\ 0 & \text{for } x \leq 0 \end{cases}$$

請計算 $Y = \ln X$ 的密度函數。(10 分)

(請接背面)

等 別：高等考試
類 科：資訊技師
科 目：離散數學與應用統計

- 六、假設有一間百貨公司宣稱 (Claim) 在臺灣有 80% 的大學生會在母親節的時候買禮物送給母親。現在您要自己蒐集資料來試驗這家百貨公司宣稱的可靠度，且您選擇一個簡單隨機採樣 (simple random sample)，從 150 名臺灣大學生中獲得他們會在母親節買禮物送給媽媽的比例為 70%。請問您該接受 (accept) 或拒絕 (reject) 這家百貨公司的宣稱？請使用顯著水準 (significance level) 為 0.05 來驗證您的結論。並請使用 null hypothesis、alternative hypothesis、test statistic、P-value、conclusion about the null hypothesis 及 final conclusion 來推論與辨證上述原始的宣稱 (original claim)。(20 分)
- 七、假如人類的基因遺傳中對某一種疾病會從母親遺傳給她的小孩的機率是 35%。現在已知有一位母親是患有此一特定疾病的患者，而她有五個小孩，且五個孩子被遺傳此一疾病的機率是獨立的，請計算這五位孩子中，至少會有一位孩子因為基因遺傳關係而罹患該疾病的機率為何？(10 分)
- 八、以下是一家外賣披薩店的客人購買大披薩時，會選購的不同口味之機率分配表，其中隨機變數 X 表示大披薩的不同口味。請計算 X 的平均值 (mean) 與標準差 (standard deviation)。(10 分)

X	$P(X)$
0	0.30
1	0.40
2	0.20
3	0.06
4	0.04