

類 科：統計

科 目：迴歸分析

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器，須詳列解答過程。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、在一般迴歸模型及常態誤差假設下，25 筆獨立資料所得之配適模型 (fitted model) 為

$$\hat{y} = 2.341 + 1.616x_1 + 0.014x_2,$$

及變異數分析 (ANOVA) 表

Source	Sum of Squares	df	F	PR>F
Model	5550.8	(A)	(D)	0.000
Error	(B)	(C)		
Corrected Total	5784.5			

(一)試填入 ANOVA 表中(A)、(B)、(C)和(D)內之數字。(5 分)

(二)試問上述迴歸模型是否顯著 ($\alpha = 5\%$) ? (5 分)(三)若 X 為資料中之設計矩陣 (design matrix)，且

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 0.1132 & -0.00445 & -0.00008 \\ -0.00445 & 0.0027 & -0.00004 \\ -0.00008 & -0.00004 & 0.000001 \end{pmatrix}$$

試檢定 $H_0: \beta_0 = \beta_1 = \beta_2$ vs. $H_1: \beta_i \neq \beta_j$ ，任意 $i, j = 0, 1, 2$ ； i 不等於 j 。請寫出檢定統計量之分布和自由度 ($\alpha = 5\%$)。(臨界值 (critical value) = 3.44。)(15 分)

二、迴歸模型中解釋變數間若存在共線性 (multicollinearity) 對估計結果影響甚鉅。變異數膨脹因子 (variance inflation factor, VIF) 是判斷共線性的一個指標。

(一) VIF 之意涵為何？試說明 VIF 和共線性的關係。(10 分)

(二)某組資料有 5 個解釋變數 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 所得迴歸係數估計結果如下：

Variable	b_j	se	VIF
Intercept	0.830	0.318	
x_1	-0.012	0.647	$(0.002)^{-1}$
x_2	0.199	0.483	$(0.001)^{-1}$
x_3	-0.117	0.178	$(0.010)^{-1}$
x_4	-0.367	0.294	$(0.008)^{-1}$
x_5	0.186	0.147	$(0.009)^{-1}$

其中 b_j 為迴歸係數 β_j 之估計值，se 為其標準誤。試評估解釋變數中是否存在共線性？(5 分)

(請接背面)

類 科：統計
科 目：迴歸分析

三、在有三個解釋變數之一組資料配適迴歸模型後，得到所有部分集合之變數選擇 (all possible subsets selection) 結果如下 (b_j 為迴歸係數 β_j 之估計值)：

$p-1$	R^2	C_p	b_0	b_1	b_2	b_3
1	0.032	75.45	0.77	0.325		
1	0.705	11.85	0.27		1.361	
1	0.707	11.67	-0.36			1.103
2	0.759	8.79	-0.29	-0.463		1.255
2	0.808	3.12	-0.19		0.781	0.633
2	0.830	2.03	-0.93	0.655	1.487	
3	0.831	4.00	-0.12	0.737	1.589	-0.094

(一)何謂 C_p ，試說明其意義。(10分)

(二)由表中結果來看，最佳模型為何？為什麼？(10分)

四、下述資料為某幼稚園自 80 年後至 90 年之幼童入學學費。

年	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
80 年後之年分, x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
學費(千元), y	6.1	6.8	7.5	8.5	9.3	10.5	11.5	12.625	13.975	14.975

(一)由 (y, x) 之散布圖 (scatter plot) 發現 y 和 x 的關係較接近 $y = \alpha e^{\beta x}$ 。欲得一線性模型，須將 y 作何轉換 (transformation)？試寫出轉換後的模型。(10分)

(二)令 z_i 為反應變數 y_i 轉換後的值，且 $\sum_{i=1}^{10} z_i = 22.783$ ， $\sum_{i=1}^{10} x_i z_i = 133.686$ 。試求 α 和 β 的最小平方估計量 (least square estimate)。(10分)

(三)根據(二)之結果，預測 100 年時該幼稚園之幼童入學學費。(10分)

五、假設 (y_i, x_i) 滿足 $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \cdots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i$ ， $i = 1, \dots, n$ 。令 b_j 為迴歸係數 β_j 之最小平方估計量， $j = 0, 1, \dots, p$ 。著名的高斯-馬可夫 (Gauss-Markov) 定理是對 $\sum_{j=0}^p l_j \beta_j$ 之估計有興趣，其中 $l_0, \dots, l_p$ 是已知的實數。試敘述 Gauss-Markov 定理及其假設條件。(10分)