

115年公務人員特種考試警察人員、一般警察人員、
國家安全局國家安全情報人員及移民行政人員考試試題

考試別：一般警察人員考試

等別：二等考試

類科組別：刑事警察人員犯罪分析組

科目：數位訊號處理 (DSP)

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、假設一個週期為 T 的連續時間訊號 $x(t)$ ，其基本角頻率 (radian frequency) 為 $\omega_0 = 2\pi/T$ ，該訊號可以表示為複數指數形式的傅立葉級數 (Fourier Series)：

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{j\omega_0 kt}$$

(一)請推導出上式之傅立葉係數 (Fourier coefficients) $\{a_k\}$ 計算公式為：
(15 分)

$$a_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j\omega_0 kt} dt$$

(二)當訊號 $x(t) = \sin^3(4\pi t)$ ，請計算出該訊號之傅立葉係數 $\{a_k\}$ 。(10 分)

二、一簡單的移動平均 (moving average) 濾波器系統定義如下：

$$y[n] = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} x[n-k]$$

(一)求該系統之脈衝響應 (impulse response) $h[n]$ ；(5 分)

(二)請推導該系統之頻率響應 (frequency response) $H(e^{j\omega})$ 表示式；(10 分)

(三)假設濾波器 $M = 11$ ，若輸入訊號 $x[n] = e^{j\omega n}$ ，

請找出 ω 值， $-\pi \leq \omega \leq \pi$ ，使得 $y[n] = 0$ ， $\forall n$ 成立。(10 分)

三、考慮下面的差分方程式的系統：

$$y[n] = y[n-1] - y[n-2] + 2x[n] + 2x[n-1]$$

(一)找出系統函數 (System function) $H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ ，以 z 的正冪次方多項式比表示；(10 分)

(二)求該系統的脈衝響應 (impulse response) $h[n]$ ，以純實數表示。(15 分)

四、對於任何實數序列 $x[n]$ ，其傅立葉轉換 $X(e^{j\omega}) = \sum_n x[n]e^{-j\omega n}$ ：

(一)請證明其傅立葉轉換之大小 (Magnitude) $|X(e^{j\omega})|$ 為偶函數而相位 (Phase) $\angle X(e^{j\omega})$ 為奇函數，即 (10 分)

$$|X(e^{j\omega})| = |X(e^{-j\omega})|;$$

$$\angle X(e^{j\omega}) = -\angle X(e^{-j\omega})$$

(二)當實數序列 $x[n] = 0.5^n u[n]$ ，請驗證(一)之等式成立。(15 分)