

大學入學考試中心
九十七學年度指定科目考試試題
數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內劃記。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。

第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，請在規定之欄位以較粗的黑色或藍色原子筆、鋼珠筆或中性筆作答，並標明題號。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一) 單選題及多選題：只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單選題，選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 ☐³ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
1	☐ ¹	☐ ²	☒ ³	☐ ⁴	☐ ⁵	☐ ⁶	☐ ⁷	☐ ⁸	☐ ⁹	☐ ⁰	☐ ⁻	☐ [±]

例：若第 5 題為多選題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 5 列的 ☐¹ 與 ☐³ 劃記，如：

5	☒ ¹	☐ ²	☒ ³	☐ ⁴	☐ ⁵	☐ ⁶	☐ ⁷	☐ ⁸	☐ ⁹	☐ ⁰	☐ ⁻	☐ [±]
---	--	---------------------------------------	--	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------

(二) 選填題的題號是 A, B, C, …，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 ☐⁻ 與第 21 列的 ☐⁷ 劃記，如：

20	☐ ¹	☐ ²	☐ ³	☐ ⁴	☐ ⁵	☐ ⁶	☐ ⁷	☐ ⁸	☐ ⁹	☐ ⁰	☒ ⁻	☐ [±]
21	☐ ¹	☐ ²	☐ ³	☐ ⁴	☐ ⁵	☐ ⁶	☒ ⁷	☐ ⁸	☐ ⁹	☐ ⁰	☐ ⁻	☐ [±]

祝考試順利

第壹部分：選擇題(單選題、多選題及選填題共佔 74 分)

一、單選題 (18分)

說明：第 1 至 3 題為單選題，每題選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題答對得6分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣1.5分，倒扣到本大題之實得分數為零為止。未作答者，不給分亦不扣分。

1. 根據一百多年來的氣象紀錄，美國費城年雨量平均值為41.0英吋，標準差為6.1英吋。今欲將此項統計資料的單位由英制換為公制，請問該城市一百多年來年雨量的標準差最接近下列的哪一個選項？（註：1英吋等於25.4毫米。）

- (1) 0.240毫米
- (2) 1.61毫米
- (3) 6.10毫米
- (4) 155毫米
- (5) 1041 毫米

2. 兩向量以 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示，並以 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 表示 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的內積，以 $|\vec{a}|$ ， $|\vec{b}|$ 分別表示 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的長度，試問下列哪一個選項表示：「三角形兩邊中點的連線段與第三邊平行，且其長度為第三邊之半。」？

- (1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$
- (2) $\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$
- (3) $\vec{a} \cdot \vec{b} \leq |\vec{a}||\vec{b}|$
- (4) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) + (\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 2(\vec{a} \cdot \vec{a} + \vec{b} \cdot \vec{b})$
- (5) $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$

3. 解下列聯立方程式時，

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 4x - 5y = -1 \end{cases}$$

將相關的係數與常數以矩陣 A 表達如下：

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & -1 \end{pmatrix}$$

對矩陣 A 進行高斯消去法的一個步驟：第一列不改變，並將第二列減去第一列的四倍成為新的第二列。

試問下列哪一個選項中的矩陣乘積代表對 A 進行上述步驟？

(1) $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & -1 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & -1 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & -1 \end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & -1 \end{pmatrix}$

(5) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -5 & -1 \end{pmatrix}$

二、多選題（32分）

說明：第 4 至 7 題，每題各有 5 個選項，其中至少有一個是正確的。選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題 8 分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 1.6 分，每答錯一個選項，倒扣 1.6 分，完全答對得 8 分，整題未作答者，不給分亦不扣分。在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 1.6 分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

4. 有一個不公正的骰子，投擲的時候，二點、三點、四點、五點和六點出現的機率都是 $\log_{10}\left(\frac{3}{2}\right)$ ，今以 a 表 $\log_{10}\left(\frac{3}{2}\right)$ ，以 b 表投擲的時候一點出現的機率，請選出正確的選項。

(1) $a > 0$

(2) $a > 1$

(3) $b < \frac{1}{6}$

(4) $b < \log_{10}\left(\frac{4}{3}\right)$

(5) $a > b$

5. 給定二次多項式 $f(x) = x^2 + ax + b$ ，已知多項式 $x^3 + 3x^2 + 4x + 2$ 除以 $f(x)$ 其餘式為 $3x + 2$ ，多項式 $x^3 + x^2 - x - 1$ 除以 $f(x)$ 其餘式為 $4x + 1$ ，請選出正確的選項。
- (1) $a = 3$
 - (2) $b = -1$
 - (3) 方程式 $f(x) = 0$ 無實根
 - (4) $f(x)$ 的極小值為 $\frac{5}{4}$
 - (5) $f(x)$ 除以 $(x + 3)$ 其餘式為 1
6. 有四個相異的正整數，由小到大依序為 k, l, m, n ，其和等於 16，亦即 $0 < k < l < m < n$ ， $k + l + m + n = 16$ 。請問單獨再增加下列哪一個選項中的條件，可以保證 k 等於 1？
- (1) l 是奇數， m 是偶數
 - (2) l, m 是偶數
 - (3) k, l, m, n 是等差數列
 - (4) l, n 是奇數
 - (5) l, m 是奇數

7. 請問對於下列哪些選項，可以找到實數 a ，使得選項裡面所有的數都同時滿足一元二次不等式 $x^2 + (2-a)x - 2a < 0$ ？
- (1) $-1, 0$
 - (2) $1, 2, 3, \dots$ （所有的正整數）
 - (3) $-3, -4, -5, \dots$ （所有小於 -2 的整數）
 - (4) $97, 2008$
 - (5) $-\pi, \pi$ （ π 是圓周率）

三、選填題 (24 分)

說明：A 至 C 各題為選填題，請在答案卡的「解答欄」之列號（8-14）中標示答案。
每一題完全答對得 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 趙氏與錢氏兩對夫婦、以及孫先生、李先生圍坐一個六人座圓桌吃飯，其中趙先生和孫先生已在兩個相鄰的位子坐定。若限定夫妻不得相鄰，則其他四人就座的方法共有 ⑧⑨ 種。

B. 從集合 $\left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ 0 & c \end{bmatrix} \middle| a, b, c \text{ 爲 } 0, 1, 2 \text{ 或 } 3 \right\}$ 中隨機抽取一個矩陣，其行列式為 0 的機率等

於 $\frac{\textcircled{10}}{\textcircled{11} \textcircled{12}}$ 。(化為最簡分數)

C. 若三角形 ABC 的 $\overline{AB} = 8$ 、 $\overline{AC} = 4\sqrt{5}$ 及 $\cos \angle BAC = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ，則 $\sin \angle ACB = \frac{\textcircled{13}}{\textcircled{14}}$ 。

(化為最簡分數)

—————以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷—————

第貳部分：非選擇題（佔 26 分）

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號（一、二），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

一、坐標平面上有兩條拋物線，第一條拋物線的頂點在 $(-4,0)$ ，焦點在 $(-4,4)$ ，第二條拋物線的頂點在 $(4,4)$ ，焦點在 $(4,0)$ ，求兩條拋物線的交點。(13 分)

二、建築公司在房市熱絡時推出甲、乙兩型熱門預售屋。企劃部門的規劃如下：甲型屋每棟地價成本為 500 萬元，建築費用為 900 萬元，乙型屋每棟地價成本為 200 萬元，建築費用為 1500 萬元，公司在資金部分限制地價總成本上限為 3500 萬元，所有建築費用的上限為 1 億 2000 萬元；無論甲型或乙型售出，每棟獲利皆為 500 萬元，假設推出的預售屋皆可售出，請問推出甲、乙兩型預售屋各幾棟，公司才可得到最大利潤。(13 分)