

110年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：電子工程、電信工程
科 目：電磁學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

- 一、請證明馬克斯威爾方程式以及勞倫茲力公式隱含了庫倫力定律：換言之，請首先推導一個點電荷 q_1 存在時所產生的電場（過程中請使用高斯定律求解），接著引入另一個點電荷 q_2 ，計算其所受電力。（25 分）

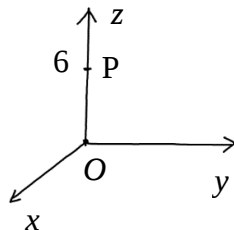
[提示]：馬克斯威爾方程式 $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v$ 且 $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{又勞倫茲力為 } \vec{F} = q\vec{E} + q\vec{u} \times \vec{B}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

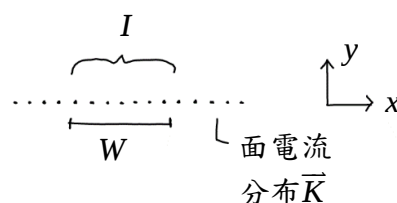
$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

- 二、針對在+z 軸上的一點 P，原點和點 P 間的距離 $d=6$ ，請回答下列有關圓柱坐標和球坐標的問題：



- (一)寫出圓柱坐標的符號表示，寫出 P 點的圓柱坐標值並說明此答案之意義。（7 分）
(二)請問點 P 處的圓柱坐標基底向量 $\hat{r}$ 的方向是否確定或唯一？請詳細說明理由。（6 分）
(三)寫出球坐標的符號表示，寫出 P 點的球坐標值並說明此答案之意義。（6 分）
(四)請問點 P 處的球坐標基底向量 $\hat{\theta}$ 的方向是否確定或唯一？請詳細說明理由。（6 分）

- 三、如圖，有一個無窮大的平面電流分布（朝出紙面方向， $\hat{z}$ 方向），其面電流密度為 $\vec{K} = \hat{z}K_s$ ，且 $K_s = \frac{I}{W}$ （單位：A/m），請利用安培定律求電流分布上下兩側區域（ $y>0$ 和 $y<0$ ）的磁場 $\vec{H}$ 。（5 分）



四、有關傳輸線不連續處（底下以終端負載為短路為例）的電壓反射係數的推導，如圖(a)所示設入射波為 $I_o^+ e^{-\gamma z}$ ，反射波為 $I_o^- e^{+\gamma z}$ ，則在短路負載處（ $z=0$ ）的終端條件為：

$$V_o^+ + V_o^- = V_L = 0 \quad (1)$$

$$I_o^+ + I_o^- = I_L \quad (2)$$

一般認為這兩個終端條件乃是基於 $z=0$ 處的克希荷夫電壓定律以及電流定律；請證明(1)和(2)兩式直接和底下 $z=0$ 處的電場邊界條件以及磁場邊界條件相關：

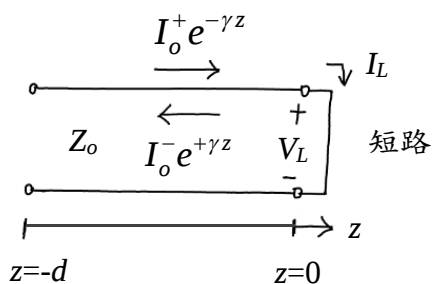
$$E_{1t} = E_{2t} = 0 \quad (3)$$

$$\begin{cases} \vec{K}_s = \hat{n} \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \\ \text{且 } \vec{H}_2 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

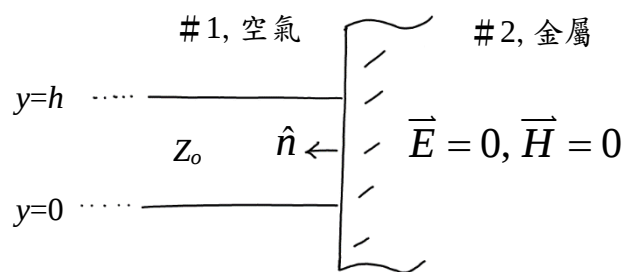
亦即，(一)請由(3)式推導出(1)式。(10分)

(二)請由(4)式推導出(2)式。(10分)

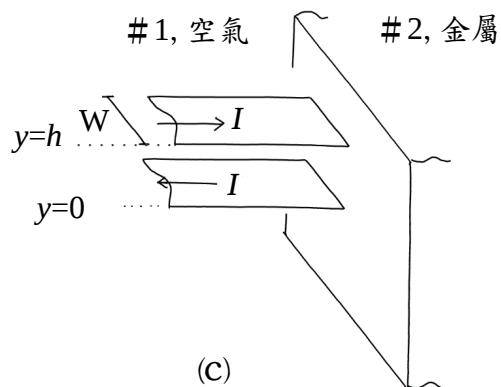
[提示]：請利用圖(b)及圖(c)，想像傳輸線上的電流 I 是源自一個無窮大的平面電流中寬度為 W 的一段電流，故推導過程中可以忽略邊緣效應。



(a)

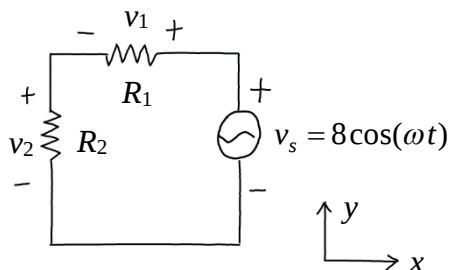


(b)



(c)

五、如圖所示的簡單交流電路，電源 $v_s = 8\cos(\omega t)$ (volt)，電阻 $R_1 = 3\ \Omega$ ，電阻 $R_2 = 5\ \Omega$ ，該迴路位於 xy 平面上，且迴路面積為 $2\ \text{m}^2$ ，請問：



- (一)若不考慮法拉第感應定律，請寫出克希荷夫電壓定律 (KVL) 的表示式，且分別求橫跨在 R_1 和 R_2 上的電壓 v_1 和 v_2 ，以及電流 i 。(7 分)
- (二)若納入法拉第感應定律，且設前述迴路電流對應的磁通密度 $\vec{B}$ 為均勻的且 $\vec{B} = \hat{z}B_0 \cos(\omega t)$ (Tesla)，求其對應的磁通量 Φ 以及感應電動勢 v_{emf} 。(4 分)
- (三)承(二)，重畫此時的等效電路，並重新計算電壓 v_1 和 v_2 (納入 v_{emf} 疊加後的貢獻)。(10 分)
- (四)承(三)，請寫出此時的克希荷夫電壓定律的表示式，並比較它和(一)的差別之處。(4 分)