

# 110 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試  
類 科：統計  
科 目：迴歸分析  
考試時間：2 小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、下表為中華民國 110 年 10 月底人口數、性別比例及人口密度統計表。

| 縣市  | 土地面積<br>(平方公里) | 人口數       |           |           | 性別比例(每百女<br>子所當男子數) | 人口密度(每平<br>方公里人口數) |
|-----|----------------|-----------|-----------|-----------|---------------------|--------------------|
|     |                | 總計        | 男         | 女         |                     |                    |
| 新北市 | 2,052.57       | 4,014,869 | 1,960,442 | 2,054,427 | 95.43               | 1,956.02           |
| 臺北市 | 271.7997       | 2,538,299 | 1,208,385 | 1,329,914 | 90.86               | 9,338.86           |
| 桃園市 | 1,220.95       | 2,272,663 | 1,125,386 | 1,147,277 | 98.09               | 1,861.38           |
| 臺中市 | 2,214.90       | 2,815,477 | 1,382,072 | 1,433,405 | 96.42               | 1,271.15           |
| 臺南市 | 2,191.65       | 1,864,799 | 928,682   | 936,117   | 99.21               | 850.86             |
| 高雄市 | 2,951.85       | 2,749,293 | 1,355,140 | 1,394,153 | 97.20               | 931.38             |
| 宜蘭縣 | 2,143.63       | 451,175   | 227,222   | 223,953   | 101.46              | 210.47             |
| 新竹縣 | 1,427.54       | 574,806   | 293,417   | 281,389   | 104.27              | 402.66             |
| 苗栗縣 | 1,820.31       | 538,940   | 277,786   | 261,154   | 106.37              | 296.07             |
| 彰化縣 | 1,074.40       | 1,257,033 | 638,686   | 618,347   | 103.29              | 1,169.99           |
| 南投縣 | 4,106.44       | 485,983   | 248,298   | 237,685   | 104.47              | 118.35             |
| 雲林縣 | 1,290.83       | 671,182   | 346,966   | 324,216   | 107.02              | 519.96             |
| 嘉義縣 | 1,903.64       | 494,293   | 256,417   | 237,876   | 107.79              | 259.66             |
| 屏東縣 | 2,775.60       | 805,717   | 410,328   | 395,389   | 103.78              | 290.29             |
| 臺東縣 | 3,515.25       | 213,718   | 109,715   | 104,003   | 105.49              | 60.80              |
| 花蓮縣 | 4,628.57       | 321,971   | 162,726   | 159,245   | 102.19              | 69.56              |
| 澎湖縣 | 126.8641       | 106,147   | 54,656    | 51,491    | 106.15              | 836.7              |
| 基隆市 | 132.7589       | 364,766   | 181,861   | 182,905   | 99.43               | 2,747.58           |
| 新竹市 | 104.1526       | 452,844   | 223,672   | 229,172   | 97.60               | 4,347.89           |
| 嘉義市 | 60.0256        | 265,208   | 128,102   | 137,106   | 93.43               | 4,418.25           |
| 金門縣 | 151.656        | 141,180   | 70,367    | 70,813    | 99.37               | 930.92             |
| 連江縣 | 28.8           | 13,516    | 7,822     | 5,694     | 137.37              | 469.31             |

若性別比例為  $X$ ，人口密度為  $Y$ ，且  $\sum X = 2,256.69$ 、 $\sum Y = 33,358.11$ 、 $\sum X^2 = 233,202.3$ 、 $\sum Y^2 = 147,581,075$  及  $\sum XY = 3,226,744$ ，計算性別比例與人口密度之相關係數。(10 分)

二、依題一的資料，以人口密度作為反應變數，其他皆為解釋變數進行迴歸模型分析，得到以下參數估計結果：

|               | Estimate   | Std error |
|---------------|------------|-----------|
| ( Intercept ) | 10,890.376 | 3,076.995 |
| 土地面積          | -0.550     | 0.178     |
| 人口數 總計        | 0.053      | 0.0101    |
| 人口數 男         | -0.110     | 0.022     |
| 人口數 女         | NA         | NA        |
| 性別比例          | -76.789    | 28.760    |

- (一)參數估計表中之「NA」表示估計結果是不可得到的；詳述「人口數 女」之參數估計結果為「NA」之原因。(5 分)
- (二)詳述「土地面積」之迴歸係數估計值的意義。(5 分)
- (三)在顯著水準為 0.01 下，檢定各解釋變數之顯著性；並依此結果決定那些變數可被剔除。(10 分)

三、依題二的迴歸模型分析，得到以下變異數分析 ( Analysis of variance , ANOVA ) 表：

| Source of variation | Degrees of freedom | Sum of squares | Mean square | F     |
|---------------------|--------------------|----------------|-------------|-------|
| Regression          | ( 1 )              | ( 4 )          | ( 6 )       | ( 8 ) |
| Error               | ( 2 )              | 18,022,930     | ( 7 )       |       |
| Total               | ( 3 )              | ( 5 )          |             |       |

- (一)寫出 ANOVA 表中 ( 1 ) 至 ( 8 ) 的值。(8 分)
- (二)計算判定係數  $R^2$  及調整判定係數  $R_a^2$ ，並詳述兩者之意義與差異。(10 分)
- (三)下表為各解釋變數之變異膨脹因子 ( variance inflation factor , VIF )：

|     | 土地面積  | 人口數 總計    | 人口數 男     | 性別比例  |
|-----|-------|-----------|-----------|-------|
| VIF | 1.178 | 2,876.474 | 2,870.672 | 1.341 |

詳述何謂 VIF 及其值的意義。(12 分)

四、若 SSR 表示迴歸平方和 (sum of squares for regression)

(一)詳述「額外的平方和 (Extra sum of squares)」 $SSR(X_1, X_4|X_2, X_3)$ 的意義。(5 分)

(二)詳細推導

$$SSR(X_1, X_2, X_3, X_4) = SSR(X_1) + SSR(X_2|X_1) + SSR(X_3|X_1, X_2) + SSR(X_4|X_1, X_2, X_3)。$$

(10 分)

五、若考慮一因子變異數分析有  $t$  個處理，每個處理有  $r$  個觀測值，其模型表示如下：

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}, \quad i=1,2,\dots,t, \quad j=1,2,\dots,r,$$

其中  $\mu$  為總平均數， $\tau_i$  為第  $i$  個處理效應， $\varepsilon_{ij}$  是隨機誤差項。

(一)若以線性迴歸模型

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

改寫上述一因子變異數分析模型，請定義  $\mathbf{Y}$ ， $\mathbf{X}$ ， $\boldsymbol{\beta}$  及  $\boldsymbol{\varepsilon}$ ，並詳述其維度。(10 分)

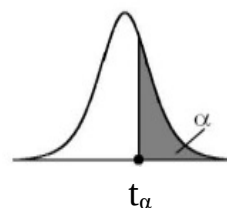
(二)為統計推論之目的，說明隨機誤差項所需的假設。(5 分)

(三)若欲檢定是否存在處理效應，請詳述此檢定之虛無假設、對立假設、檢定統計量及其拒絕域。(10 分)

t分配表

Percentage Points of the  $t$  Distribution;  $t_{v, \alpha}$

$$P(T > t_{v, \alpha}) = \alpha$$



| v        | $\alpha$ |       |       |       |       |       |        |        |        |        |        |        |         |         |
|----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|
|          | 0.40     | 0.30  | 0.20  | 0.15  | 0.10  | 0.05  | 0.025  | 0.02   | 0.015  | 0.01   | 0.0075 | 0.005  | 0.0025  | 0.0005  |
| 1        | 0.325    | 0.727 | 1.376 | 1.963 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 15.895 | 21.205 | 31.821 | 42.434 | 63.657 | 127.322 | 636.590 |
| 2        | 0.289    | 0.617 | 1.061 | 1.386 | 1.886 | 2.920 | 4.303  | 4.849  | 5.643  | 6.965  | 8.073  | 9.925  | 14.089  | 31.598  |
| 3        | 0.277    | 0.584 | 0.978 | 1.250 | 1.638 | 2.353 | 3.182  | 3.482  | 3.896  | 4.541  | 5.047  | 5.841  | 7.453   | 12.924  |
| 4        | 0.271    | 0.569 | 0.941 | 1.190 | 1.533 | 2.132 | 2.776  | 2.999  | 3.298  | 3.747  | 4.088  | 4.604  | 5.598   | 8.610   |
| 5        | 0.267    | 0.559 | 0.920 | 1.156 | 1.476 | 2.015 | 2.571  | 2.757  | 3.003  | 3.365  | 3.634  | 4.032  | 4.773   | 6.869   |
| 6        | 0.265    | 0.553 | 0.906 | 1.134 | 1.440 | 1.943 | 2.447  | 2.612  | 2.829  | 3.143  | 3.372  | 3.707  | 4.317   | 5.959   |
| 7        | 0.263    | 0.549 | 0.896 | 1.119 | 1.415 | 1.895 | 2.365  | 2.517  | 2.715  | 2.998  | 3.203  | 3.499  | 4.029   | 5.408   |
| 8        | 0.262    | 0.546 | 0.889 | 1.108 | 1.397 | 1.860 | 2.306  | 2.449  | 2.634  | 2.896  | 3.085  | 3.355  | 3.833   | 5.041   |
| 9        | 0.261    | 0.543 | 0.883 | 1.100 | 1.383 | 1.833 | 2.262  | 2.398  | 2.574  | 2.821  | 2.998  | 3.250  | 3.690   | 4.781   |
| 10       | 0.260    | 0.542 | 0.879 | 1.093 | 1.372 | 1.812 | 2.228  | 2.359  | 2.527  | 2.764  | 2.932  | 3.169  | 3.581   | 4.587   |
| 11       | 0.260    | 0.540 | 0.876 | 1.088 | 1.363 | 1.796 | 2.201  | 2.328  | 2.491  | 2.718  | 2.879  | 3.106  | 3.497   | 4.437   |
| 12       | 0.259    | 0.539 | 0.873 | 1.083 | 1.356 | 1.782 | 2.179  | 2.303  | 2.461  | 2.681  | 2.836  | 3.055  | 3.428   | 4.318   |
| 13       | 0.259    | 0.538 | 0.870 | 1.079 | 1.350 | 1.771 | 2.160  | 2.282  | 2.436  | 2.650  | 2.801  | 3.012  | 3.372   | 4.221   |
| 14       | 0.258    | 0.537 | 0.868 | 1.076 | 1.345 | 1.761 | 2.145  | 2.264  | 2.415  | 2.624  | 2.771  | 2.977  | 3.326   | 4.140   |
| 15       | 0.258    | 0.536 | 0.866 | 1.074 | 1.341 | 1.753 | 2.131  | 2.249  | 2.397  | 2.602  | 2.746  | 2.947  | 3.286   | 4.073   |
| 16       | 0.258    | 0.535 | 0.865 | 1.071 | 1.337 | 1.746 | 2.120  | 2.235  | 2.382  | 2.583  | 2.724  | 2.921  | 3.252   | 4.015   |
| 17       | 0.257    | 0.534 | 0.863 | 1.069 | 1.333 | 1.740 | 2.110  | 2.224  | 2.368  | 2.567  | 2.706  | 2.898  | 3.222   | 3.965   |
| 18       | 0.257    | 0.534 | 0.862 | 1.067 | 1.330 | 1.734 | 2.101  | 2.214  | 2.356  | 2.552  | 2.689  | 2.878  | 3.197   | 3.922   |
| 19       | 0.257    | 0.533 | 0.861 | 1.066 | 1.328 | 1.729 | 2.093  | 2.205  | 2.346  | 2.539  | 2.674  | 2.861  | 3.174   | 3.883   |
| 20       | 0.257    | 0.533 | 0.860 | 1.064 | 1.325 | 1.725 | 2.086  | 2.197  | 2.336  | 2.528  | 2.661  | 2.845  | 3.153   | 3.850   |
| 21       | 0.257    | 0.532 | 0.859 | 1.063 | 1.323 | 1.721 | 2.080  | 2.189  | 2.328  | 2.518  | 2.649  | 2.831  | 3.135   | 3.819   |
| 22       | 0.256    | 0.532 | 0.858 | 1.061 | 1.321 | 1.717 | 2.074  | 2.183  | 2.320  | 2.508  | 2.639  | 2.819  | 3.119   | 3.792   |
| 23       | 0.256    | 0.532 | 0.858 | 1.060 | 1.319 | 1.714 | 2.069  | 2.177  | 2.313  | 2.500  | 2.629  | 2.807  | 3.104   | 3.768   |
| 24       | 0.256    | 0.531 | 0.857 | 1.059 | 1.318 | 1.711 | 2.064  | 2.172  | 2.307  | 2.492  | 2.620  | 2.797  | 3.091   | 3.745   |
| 25       | 0.256    | 0.531 | 0.856 | 1.058 | 1.316 | 1.708 | 2.060  | 2.167  | 2.301  | 2.485  | 2.612  | 2.787  | 3.078   | 3.725   |
| 26       | 0.256    | 0.531 | 0.856 | 1.058 | 1.315 | 1.706 | 2.056  | 2.162  | 2.296  | 2.479  | 2.605  | 2.779  | 3.067   | 3.707   |
| 27       | 0.256    | 0.531 | 0.855 | 1.057 | 1.314 | 1.703 | 2.052  | 2.158  | 2.291  | 2.473  | 2.598  | 2.771  | 3.057   | 3.690   |
| 28       | 0.256    | 0.530 | 0.855 | 1.056 | 1.313 | 1.701 | 2.048  | 2.154  | 2.286  | 2.467  | 2.592  | 2.763  | 3.047   | 3.674   |
| 29       | 0.256    | 0.530 | 0.854 | 1.055 | 1.311 | 1.699 | 2.045  | 2.150  | 2.282  | 2.462  | 2.586  | 2.756  | 3.038   | 3.659   |
| 30       | 0.256    | 0.530 | 0.854 | 1.055 | 1.310 | 1.697 | 2.042  | 2.147  | 2.278  | 2.457  | 2.581  | 2.750  | 3.030   | 3.646   |
| 40       | 0.255    | 0.529 | 0.851 | 1.050 | 1.303 | 1.684 | 2.021  | 2.123  | 2.250  | 2.423  | 2.542  | 2.704  | 2.971   | 3.551   |
| 60       | 0.254    | 0.527 | 0.848 | 1.045 | 1.296 | 1.671 | 2.000  | 2.099  | 2.223  | 2.390  | 2.504  | 2.660  | 2.915   | 3.460   |
| 120      | 0.254    | 0.526 | 0.845 | 1.041 | 1.289 | 1.658 | 1.980  | 2.076  | 2.196  | 2.358  | 2.468  | 2.617  | 2.860   | 3.373   |
| $\infty$ | 0.253    | 0.524 | 0.842 | 1.036 | 1.282 | 1.645 | 1.960  | 2.054  | 2.170  | 2.326  | 2.432  | 2.576  | 2.807   | 3.291   |