

110年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：電信工程
科 目：通信與系統
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目得以本國文字或英文作答。

一、令 $x(t)$ 為低通訊號，其頻寬為 W 。將 $x(t)$ 以 $2W$ 的速率取樣，產生取樣訊號如下：

$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n x(nT_s) \delta(t - nT_s)$$

其中 $T_s = 1/(2W)$ 。

(一)求 $x_s(t)$ 的傅立葉轉換。(10 分)

(二)如何將取樣訊號 $x_s(t)$ 重新還原 $x(t)$ 。(10 分)

二、令訊息訊號 $m(t) = \cos(2000\pi t)$ ，用於單旁波帶 (single-side band, SSB) 振幅調變訊號。其中載波振幅為 $A_c = 100$ ，中心頻率為 f_c 。

(一)求 $m(t)$ 的希爾伯 (Hilbert) 轉換 $\hat{m}(t)$ 。(4 分)

(二)求下旁波帶之時域訊號。(8 分)

(三)求下旁波帶之傅立葉轉換。(8 分)

三、考慮一個通訊系統，使用 $M = 2^N$ 個訊號點之星雲圖 S 進行傳輸，且每個訊號點發生機率皆為 $1/M$ 。其中集合 S 表示為：

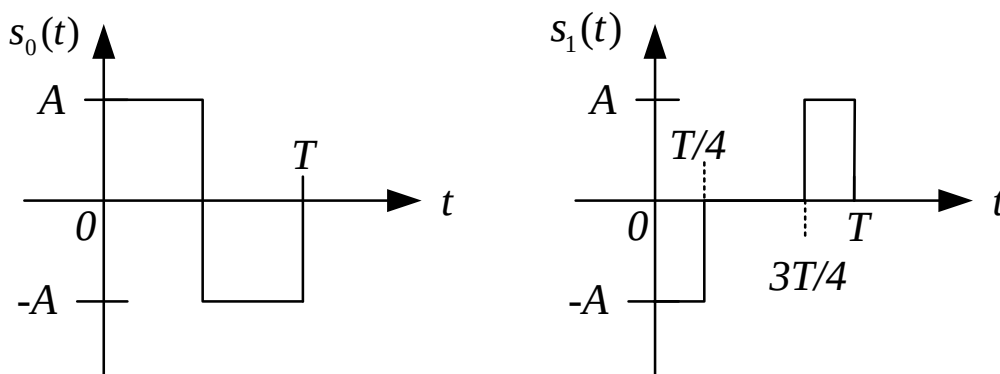
$$S = \{(s_1, s_2, \dots, s_N) : s_i \in \{+1, -1\} \text{ for } i = 1, \dots, N\}$$

若傳輸訊號向量為 $\mathbf{s} \in S$ ，接收向量表示為 $\mathbf{r} = \sqrt{E_s/N} \times \mathbf{s} + \mathbf{n}$ ，其中 $\mathbf{n} = [n_1, n_2, \dots, n_N]$ 為零平均的高斯向量符合：

$$E[n_i n_j] = \begin{cases} N_0/2 & i = j \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

求此通訊系統在接收端使用最相似檢測器 (maximum likelihood detector) 下之錯誤率。(20 分)

- 四、一個二位元通訊系統使用 $s_0(t)\cos(2\pi f_c t)$ 及 $s_1(t)\cos(2\pi f_c t)$ 進行通訊，其中載波頻率 f_c 很大。 $s_0(t)$ 及 $s_1(t)$ 波形如下圖，圖中 T 代表每個位元傳送時間。當位元訊息為 0 時，則送出 $s_0(t)\cos(2\pi f_c t)$ ；當位元訊息為 1 時，則送出 $s_1(t)\cos(2\pi f_c t)$ ，其中 0 與 1 發生機率相等。



若通道為可加白高斯雜訊通道 (additive white Gaussian noise channel)，其功率頻譜密度為 $N_0/2$ 。

- (一) 令 E_b 為平均每個位元傳送能量，求 E_b 。(5 分)
- (二) 求此系統在最相似 (maximum likelihood, ML) 檢測器下的位元錯誤率，請以 E_b 及 N_0 表示之。(15 分)

- 五、一個無線通道，其帶通頻率響應如下：

$$C(f) = \begin{cases} 1 & |f - 10^9| < 10^6 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

假設傳送端使用平方根升餘弦濾波器 (square-root raised cosine filter)，滾降係數 (rolloff factor) 為 α 。若使用 QPSK，並希望能達到 2 Mbps 的資料率，且接收端不會有符際干擾 (inter-symbol interference, ISI)。

- (一) 令 f_c 為載波頻率， f_c 應設為何值較為恰當。(5 分)
- (二) 令 R 為 QPSK 符元率 (symbol rate)，求 R 。(5 分)
- (三) 求滾降係數 (rolloff factor) α ，使得傳送訊號可占據整個通道頻寬。(10 分)

提示：升餘弦脈衝頻率響應與符元區間 (symbol interval) $T = 1/R$ ，及滾降係數 (rolloff factor) α 的關係如下

$$X(f) = \begin{cases} T, & 0 \leq |f| \leq \frac{1-\alpha}{2T} \\ \frac{T}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{\pi T}{\alpha} \left(|f| - \frac{1-\alpha}{2T} \right) \right) \right], & \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$