

大學入學考試中心

109 學年度學科能力測驗試題

數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 7 題，多選題 6 題，選填題第 A 至 G 題共 7 題

作答方式：用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案者，其後果由考生自行承擔。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\frac{3}{8}$ 與第 19 列的 $\frac{8}{8}$ 畫記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
19	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\frac{-}{50}$ 與第 21 列的 $\frac{7}{50}$ 畫記，如：

20	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐
21	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

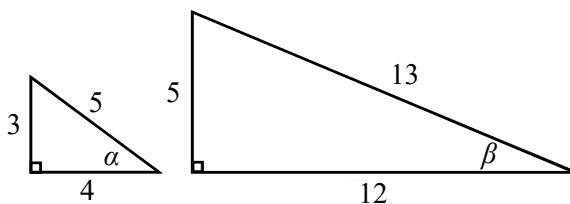
※試題後附有參考公式及可能用到的數值

第壹部分：選擇題（占 65 分）

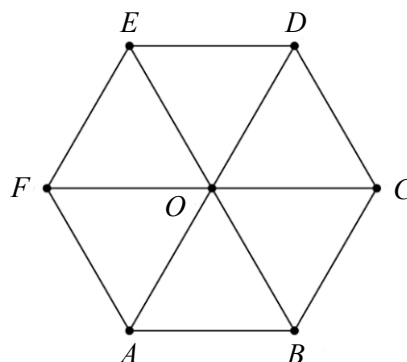
一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知兩個直角三角形三邊長分別為 3,4,5、5,12,13， α, β 分別為它們的一角，如下圖所示。試選出正確的選項。



- (1) $\sin \alpha > \sin \beta > \sin 30^\circ$
 - (2) $\sin \alpha > \sin 30^\circ > \sin \beta$
 - (3) $\sin \beta > \sin \alpha > \sin 30^\circ$
 - (4) $\sin \beta > \sin 30^\circ > \sin \alpha$
 - (5) $\sin 30^\circ > \sin \alpha > \sin \beta$
2. 空間中有相異四點 A, B, C, D ，已知內積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ 。試選出正確的選項。
- (1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$
 - (2) $\overline{AC} = \overline{AD}$
 - (3) $\overrightarrow{AB}$ 與 $\overrightarrow{CD}$ 平行
 - (4) $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$
 - (5) A, B, C, D 四點在同一平面上
3. 如圖所示， O 為正六邊形之中心。試問下列哪個向量的終點 P 落在 $\triangle ODE$ 內部（不含邊界）？



- (1) $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE}$
- (2) $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$
- (3) $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{OC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$
- (4) $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$
- (5) $\overrightarrow{OP} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{OC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OE}$

4. 令 $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = I + A + A^{-1}$, 試選出代表 BA 的選項。

(1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

(2) $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

(4) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

(5) $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 18 & 24 \end{bmatrix}$

5. 試問數線上有多少個整數點與點 $\sqrt{101}$ 的距離小於 5, 但與點 $\sqrt{38}$ 的距離大於 3?

(1) 1 個

(2) 4 個

(3) 6 個

(4) 8 個

(5) 10 個

6. 連續投擲一公正骰子兩次, 設出現的點數依序為 a, b 。試問發生 $\log(a^2) + \log b > 1$ 的機率為多少?

(1) $\frac{1}{3}$

(2) $\frac{1}{2}$

(3) $\frac{2}{3}$

(4) $\frac{3}{4}$

(5) $\frac{5}{6}$

7. 坐標平面上, 函數圖形 $y = -\sqrt{3}x^3$ 上有兩點 P, Q 到原點距離皆為 1。已知點 P 坐標為 $(\cos \theta, \sin \theta)$, 試問點 Q 坐標為何?

(1) $(\cos(-\theta), \sin(-\theta))$

(2) $(-\cos \theta, \sin \theta)$

(3) $(\cos(-\theta), -\sin \theta)$

(4) $(-\cos \theta, \sin(-\theta))$

(5) $(\cos \theta, -\sin \theta)$

二、多選題（占 30 分）

說明：第 8 題至第 13 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

8. 有一個遊戲的規則如下：丟三顆公正骰子，若所得的點數恰滿足下列（A）或（B）兩個條件之一，可得到獎金 100 元；若兩個條件都滿足，則共得 200 元獎金；若兩個條件都不滿足，則無獎金。

（A）三個點數皆為奇數或者皆為偶數

（B）三個點數由小排到大為等差數列

若已知有兩顆骰子的點數分別為 1,3，且所得獎金為 100 元，則未知的骰子點數可能為何？

- (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 6

9. 在坐標平面上，有一通過原點 O 的直線 L ，以及一半徑為 2、圓心為原點 O 的圓 Γ 。 P, Q 為 Γ 上相異 2 點，且 $\overline{OP}, \overline{OQ}$ 分別與 L 所夾的銳角皆為 30° ，試選出內積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ 之值可能發生的選項。

- (1) $2\sqrt{3}$ (2) $-2\sqrt{3}$ (3) 0 (4) -2 (5) -4

10. 考慮多項式 $f(x) = 3x^4 + 11x^2 - 4$ ，試選出正確的選項。

- (1) $y = f(x)$ 的圖形和 y 軸交點的 y 坐標小於 0
(2) $f(x) = 0$ 有 4 個實根
(3) $f(x) = 0$ 至少有一個有理根
(4) $f(x) = 0$ 有一根介於 0 與 1 之間
(5) $f(x) = 0$ 有一根介於 1 與 2 之間

11. 設 a, b, c 為實數且滿足 $\log a = 1.1$ 、 $\log b = 2.2$ 、 $\log c = 3.3$ 。試選出正確的選項。

- (1) $a + c = 2b$
- (2) $1 < a < 10$
- (3) $1000 < c < 2000$
- (4) $b = 2a$
- (5) a, b, c 成等比數列

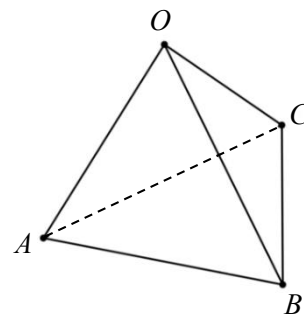
12. 下表是 2011 年至 2018 年某國總就業人口與農業就業人口的部分相關數據，各年度的人口以人數計，有些是以千人計，有些以萬人計，例如 2011 年總就業人口為 1,070.9 萬人，65 歲以上男性農業就業人口為 69.1 千人。試根據表格資料選出正確的選項。

年別	就業人口			男性農業就業人口按年齡別分			
	總就業人口 (萬人)	農業就業人口 (萬人)	男性農業就業人口 (千人)	39 歲以下 (千人)	40-49 歲 (千人)	50-64 歲 (千人)	65 歲以上 (千人)
2011 年	1,070.9	54.2	386.3	67.6	85.4	164.2	69.1
2012 年	1,086.0	54.4	394.9	67.5	87.0	169.5	70.9
2013 年	1,096.7	54.4	391.5	66.6	83.9	171.3	69.7
2014 年	1,107.9	54.8	391.2	65.8	79.8	173.0	72.6
2015 年	1,119.8	55.5	403.1	71.7	76.9	181.3	73.2
2016 年	1,126.7	55.7	404.5	77.4	77.4	176.4	73.3
2017 年	1,135.2	55.7	405.1	73.9	78.1	178.3	74.8
2018 年	1,143.4	56.1	415.1	72.0	78.8	184.9	79.4

- (1) 從 2013 年至 2018 年，65 歲以上的男性農業就業人口逐年遞增
- (2) 從 2013 年至 2018 年，50 歲至 64 歲之男性農業就業人口逐年遞增
- (3) 上表中，每一年的男性農業就業人口占總就業人口的比率都小於百分之五
- (4) 上表中，每一年 50 歲至 64 歲之男性農業就業人口都少於 49 歲以下之男性農業就業人口
- (5) 就 65 歲以上之男性農業就業人口而言，2018 年比 2011 年增加了不到一萬人

13. 如示意圖，四面體 $OABC$ 中， $\triangle OAB$ 和 $\triangle OAC$ 均為正三角形， $\angle BOC = 30^\circ$ 。試選出正確的選項。

- (1) $\overline{BC} > \overline{OC}$
- (2) $\triangle OBC$ 是等腰三角形
- (3) $\triangle OBC$ 的面積大於 $\triangle OAB$ 的面積
- (4) $\angle CAB = 30^\circ$
- (5) 平面 OAB 和平面 OAC 的夾角（以銳角計）小於 30°



第貳部分：選填題（占 35 分）

說明：1. 第 A 至 G 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（14-36）
2. 每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 網路賣家以 200 元的成本取得某件模型，並以成本的 5 倍作為售價，差價即為利潤。但過了一段時間無人問津，因此賣家決定以逐次減少一半利潤的方式調降售價。若依此方式進行，則調降三次後該模型的售價為 ⑭ ⑮ ⑯ 元。

B. 有一按鈕遊戲機，每投幣一枚，可按遊戲機三次。第一次按下會出現黑色或白色的機率各為 $\frac{1}{2}$ ；第二或第三次按下，出現與前一次同色的機率為 $\frac{1}{3}$ ，不同色的機率為 $\frac{2}{3}$ 。今某甲投幣一枚後，按三次均出現同色的機率為 ⑰ ⑱。（化為最簡分數）

C. 設 S 為坐標平面上直線 $2x + y = 10$ 被平行線 $x - 2y + 15 = 0$ 與 $x - 2y = 0$ 所截的線段（含端點）。若直線 $3x - y = c$ 與 S 有交點，則 c 的最小值為 ⑲ ⑳。

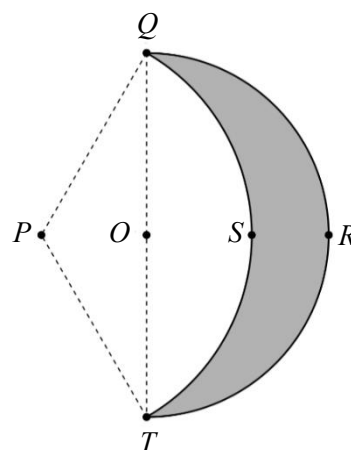
D. 平面上有一箏形 $ABCD$ ，其中 $\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{2}$ ， $\overline{AD} = \overline{CD} = 2$ ， $\angle BAD = 135^\circ$ 。

$$\text{則 } \overline{AC} = \frac{\textcircled{21} \sqrt{\textcircled{22} \textcircled{23}}}{\textcircled{24}} \text{。 (化為最簡根式)}$$

E. 空間中有三點 $A(1, 7, 2)$ 、 $B(2, -6, 3)$ 、 $C(0, -4, 1)$ 。若直線 L 通過 A 點並與直線 BC 相交且垂直，則 L 和直線 BC 的交點坐標為 $(\textcircled{25} \textcircled{26}, \textcircled{27} \textcircled{28}, \textcircled{29} \textcircled{30})$ 。

F. 坐標平面上有一條拋物線 Γ ，其上有四個點構成等腰梯形，且等腰梯形的對稱軸與 Γ 的對稱軸重合。已知該等腰梯形的上底為 4、下底為 6、高為 14，則 Γ 的焦距為 $\frac{\textcircled{31}}{\textcircled{32} \textcircled{33}}$ 。(化為最簡分數)

G. 設計師為天文館設計以不銹鋼片製成的月亮形狀，其中有一款設計圖如右圖所示：圖中，圓弧 QRT 是一個以 O 點為圓心、 $\overline{QT}$ 為直徑的半圓， $\overline{QT} = 2\sqrt{3}$ 。圓弧 QST 的圓心在 P 點， $\overline{PQ} = \overline{PT} = 2$ 。圓弧 QRT 與圓弧 QST 所圍出的灰色區域 $QRTSQ$ 即為某一天所見的月亮形狀。設此灰色區域的面積為 $a\pi + \sqrt{b}$ ，其中 π 為圓周率， a 為有理數， b 為整數，



$$\text{則 } a = \frac{\textcircled{34}}{\textcircled{35}} \text{ (化為最簡分數), } b = \underline{\textcircled{36}} \text{。}$$

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 $r (r \neq 1)$ 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

3. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ （ R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑）

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

4. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

$$\text{標準差 } \sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)^2} = \sqrt{\frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\mu_X^2 \right)}$$

5. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，相關係數 $r_{X,Y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_X)(y_i - \mu_Y)}{n\sigma_X \sigma_Y}$

迴歸直線（最適合直線）方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X} (x - \mu_X)$

6. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$

7. 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

8. 角錐體積 $= \frac{1}{3} \text{底面積} \times \text{高}$