

111年專門職業及技術人員高等考試建築師、
31類科技師（含第二次食品技師）、大地工程
技師考試分階段考試（第二階段考試）
暨普通考試不動產經紀人、記帳士考試試題

等 別：高等考試

類 科：電子工程技師

科 目：工程數學（包括線性代數、微分方程、向量分析、複變函數與機率）

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、求解 $y'' + y' - 2y = \begin{cases} 3 \sin t - \cos t, & 0 < t < 2\pi \\ 3 \sin 2t - \cos 2t, & t > 2\pi \end{cases}$ ； $y(0)=1$ ， $y'(0)=0$ 。

其中 $y' \triangleq \frac{dy}{dt}$ ； $y'' \triangleq \frac{d^2y}{dt^2}$ 。（30 分）

二、設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ，求矩陣 B 使得 $AB = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。（25 分）

三、 R^3 空間中，一曲線 C 之參數表示式如下：

$x = \cos t$ ， $y = \sin t$ ， $z = \frac{t}{3}$ ；其中 $-4\pi \leq t \leq 4\pi$ 。

求曲線 C 之長度（length of curve C ）。（10 分）

四、設 C 為複數平面上 $|z|=1$ 之圓，逆時針方向，求下列積分值：

(一) $\oint_C \frac{(z+1)\sin z}{(2z-1)^2} dz$ 。（10 分）

(二) $\oint_C \frac{\cos z}{z^7} dz$ 。（5 分）

五、設 $W = (aX + 3Y)^2$ ，其中 X 和 Y 為隨機變數（random variable），已知：

(1) X 和 Y 的期望值均為 0，亦即 $E[X] = E[Y] = 0$ ；

(2) X 和 Y 的變異數（variance）分別為 $\sigma_X^2 = 4$ ， $\sigma_Y^2 = 16$ ；

(3) X 和 Y 之相關係數（correlation coefficient） $\rho_{XY} = -0.25$ 。

(一)求 a ，使得 $E[W]$ （ $E[W]$ ： W 的期望值）達到最小。（15 分）

(二)承上(一)，求最小值之 $E[W]$ 。（5 分）