

105年專門職業及技術人員高等考試建築師、
技師、第二次食品技師考試暨普通 代號：01250 全一頁
考試不動產經紀人、記帳士考試試題

等 別：高等考試

類 科：電子工程技師

科 目：工程數學（包括線性代數、微分方程、向量分析、複變函數與機率）

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、若 $v = (3, 2, 6)$ 為 $\mathbf{R}^3$ 中的向量， W 為 $\mathbf{R}^3$ 中包含所有 (a, b, b) 向量形式的子空間，試將 v 分解成一個 W 中的向量與一個正交於 W 的向量之和。(20 分)

二、若 $T(x, y) = (2x, x + y)$ 為 $\mathbf{R}^2$ 中的線性轉換。

(一)試計算相對於 $\mathbf{R}^2$ 中的基底 $B = \{(1, 0), (0, 1)\}$ ，線性轉換 T 的矩陣形式為何？(10 分)

(二)利用 $A' = P^{-1}AP$ 的轉換，計算相對於基底 $B' = \{(-2, 3), (1, -1)\}$ 的矩陣 A' 。(10 分)

三、試求解初始值問題：(20 分)

$$y'' + 4y = 4x + 8, \quad y(0) = 4, \quad y'(0) = -1。$$

四、試求解初始值問題：(20 分)

$$\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} - \begin{bmatrix} 15 \\ 4 \end{bmatrix} te^{-2t}, \quad \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix}。$$

五、請證明在 $a > 1$ 的情況下，下式成立。(10 分)

$$\int_0^\pi \frac{d\theta}{a + \cos\theta} = \frac{\pi}{\sqrt{a^2 - 1}}$$

六、重複進行每次成功機率為 p 的獨立試驗，在 m 次失敗之前出現 r 次成功的機率為何？
(10 分)