

類 科：統計
科 目：統計學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、隨機變數 X 服從指數分配，其機率密度函數為 $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x \leq 0 \end{cases}$ 。

(已知自然對數值： $\ln(0.05) \doteq -3$, $\ln(0.25) \doteq -1.386$, $\ln(0.5) \doteq -0.693$, $\ln(0.75) \doteq -0.288$, $\ln(0.95) \doteq -0.051$) (每小題 10 分，共 20 分)

(一)請計算其「中位數」及「期望值」。

(二)請計算其四分位距 (interquartile range)。

二、研究者自某未知分配之母體 A ，收集了樣本 $X_1 \cdots X_n$ ；自另一母體 B ，收集樣本 $Y_1 \cdots Y_m$ 。

(一)請描述中央極限定理，及使其成立所需要的假設。(14 分)

(二)若想比較母體 A 與 B 的中心點是否有差異，如何應用中央極限定理及其他機率性質？(6 分)

三、 A 、 B 、 C 為三種硬幣，其正面的概率分別為 $1/3$, $1/2$, $2/3$ 。今隨機選了一個，拋 8 次，得到 5 次正面 3 次反面。(每小題 10 分，共 20 分)

(一)以似然比 (Likelihood ratio) 方法估計這是那個硬幣的可能性最大。

(二)若 A 硬幣有 3 個， B 硬幣有 2 個， C 硬幣有 1 個；從這 6 個隨機選一個拋 8 次，得 5 次正面 3 次反面。以似然比方法估計這是那種硬幣。

四、令 $\log$ 為以 10 為底的對數、 ε 為期望值 0 的誤差。 y 和 x 的關係可以下式表達： $\log(y_i) = 1 + \beta \cdot x_i + \varepsilon$ 。

請導出 β 的最小平方法估計公式。(20 分)

五、以下為 A 、 B 兩組中風病人手術後復發的時間 (以年為單位)。

A	4.2,	6.5,	7.9,	13.2,	16
B	0.4,	1.2,	2.9,	5.6,	6.7

以 Wilcoxon rank sum 檢定，在 $\alpha = 0.05$ 顯著水準下檢定 H_1 ： A 組的術後效果較好。需列計算過程，不能用逼近方法。需算出 p-value。(20 分)