

104年公務人員特種考試司法人員、法務部調查局調查人員、國家安全局國家安全情報人員、海岸巡防人員及移民行政人員考試試題

代號：21260 全一張
(正面)

考試別：調查人員
等別：三等考試
類科組：電子科學組
科目：工程數學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、考慮圖一之 RLC (電阻—電感—電容) 電路，其各電子元件值為：

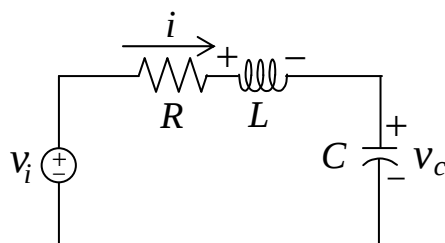
$$R=1\Omega, L=0.1\text{H}, C=0.2\text{F}$$

假設此電路在時間 $t=0$ 時承受一脈衝電壓 (impulse voltage) 輸入，即 $v_i(t)=3\delta(t)$ (Volt)

其中 $\delta(t)$ 為脈衝函數 (impulse function)，即 $\delta(t)=\begin{cases} \infty, & t=0 \\ 0, & t\neq 0 \end{cases}$ 且 $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt=1$

(一)試以電容電壓為 $v_c(t)$ 為變數，寫出此電路之微分方程式。(10分)

(二)假設初始電容電壓為 $v_c(0)=0$ (Volt)，初始電流為 $i(0)=0$ (Amp)，試以拉式轉換 (Laplace transform) 求 $v_c(t)$ 與 $i(t)$ 。(15分)



圖一

二、考慮圖二之電路，其中電壓與電流之關係可以矩陣表示為：

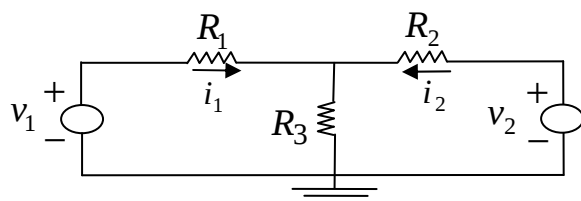
$$v = Ai, \text{ 其中 } v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}, i = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} R_1 + R_3 & R_3 \\ R_3 & R_2 + R_3 \end{bmatrix}$$

假設各電子元件值為 $R_1=1\Omega$ ， $R_2=4\Omega$ ， $R_3=2\Omega$

(一)若 $v_1=3\text{(V)}$ ， $v_2=2\text{(V)}$ ，試求 i_1 與 i_2 。(5分)

(二)試求矩陣 A 之特徵值與特徵向量。(10分)

(三)假設輸入電壓大小限制為 $v_1^2 + v_2^2 = 1$ 。試求 v_1 與 v_2 ，使得三個電阻所消耗之總功率為最小。提示：先將功率表示為 i_1 與 i_2 的二次型 (quadratic form)，再表示為 v_1 與 v_2 的二次型。(10分)



圖二

(請接背面)

104年公務人員特種考試司法人員、法務部調查局調查人員、國家安全局國家安全情報人員、海岸巡防人員及移民行政人員考試試題

代號：21260 全一張
(背面)

考試別：調查人員
等別：三等考試
類科組：電子科學組
科目：工程數學

三、考慮下列偏微分方程式

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}, \quad 0 < x < 2, \quad t \geq 0$$

其邊界條件與初始條件為 $u(0, t) = 0$, $u(2, t) = 0$, $u(x, 0) = xe^{-x}$ 。

(一)證明其特徵函數 (eigenfunctions) 為 $X_n(x) = e^{-x} \sin \frac{n\pi}{2}x$, $n = 1, 2, \dots$ 。(15 分)

(二)代入初始條件後可得 $x = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \sin \frac{n\pi}{2}x$, 求係數 c_n 。(10 分)

四、考慮一磁力場

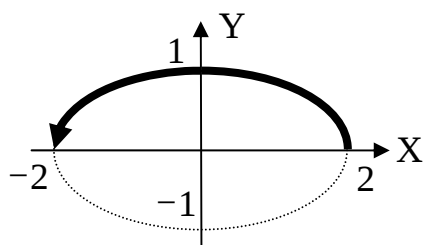
$$F(x, y) = \begin{bmatrix} \frac{3}{4}x^2 + 2xy + y^2 \\ x^2 + 2xy + 12y^2 \end{bmatrix}$$

(一)如圖三所示，有一長軸為 4、短軸為 2 之橢圓路徑。若有一質點沿此橢圓路徑移動，從 $(2, 0)$ 移動至 $(-2, 0)$ ，求此磁力場對質點運動所作之功，即求

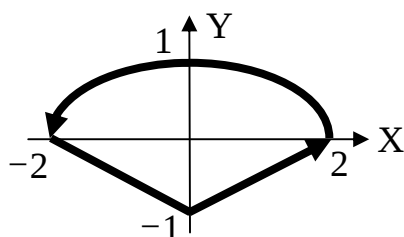
$$W = \int_C F \cdot dr$$

其中 C 為半橢圓路徑， $r = (x, y)$ 為質點位置。(15 分)

(二)如圖四所示，今此質點再由 $(-2, 0)$ 沿直線移動至 $(0, -1)$ ，再沿直線移動至 $(2, 0)$ ，形成一類似扇形的封閉路徑。求此磁力場對質點沿此封閉路徑運動所作之功。(10 分)



圖三



圖四