

大學入學考試中心

九十八學年度學科能力測驗試題

數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單選題 6 題，多選題 5 題，選填題第 A 至 I 題共 9 題

作答方式：• 用 2B 鉛筆在「答案卡」上劃記，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液
• 答錯不倒扣

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為 (1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項 (3) 時，考生要在答案卡第 1 列的 $\square$ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±	
1	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

例：若多選題第 10 題的正確選項為 (1) 與 (3) 時，考生要在答案卡的第 10 列的 $\square$ 與 $\square$ 劃記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±	
10	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

(二) 選填題的題號是 A, B, C, …，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\square$ 與第 19 列的 $\square$ 劃記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±	
18	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
19	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $-\frac{7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\square$ 與第 21 列的 $\square$ 劃記，如：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±	
20	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐
21	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

※試題後附有參考公式及可能用到的參考數值、對數值與常用對數表

第壹部分：選擇題（佔 55 分）

一、單選題（佔 30 分）

說明：第 1 至 6 題，每題選出最適當的一個選項，劃記在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 數列 $a_1 + 2, \dots, a_k + 2k, \dots, a_{10} + 20$ 共有十項，且其和為 240，則 $a_1 + \dots + a_k + \dots + a_{10}$ 之值為
(1) 31 (2) 120 (3) 130 (4) 185 (5) 218

2. 令 $a = \cos(\pi^2)$ ，試問下列哪一個選項是對的？
(1) $a = -1$
(2) $-1 < a \leq -\frac{1}{2}$
(3) $-\frac{1}{2} < a \leq 0$
(4) $0 < a \leq \frac{1}{2}$
(5) $\frac{1}{2} < a \leq 1$

3. 已知 $f(x), g(x)$ 是兩個實係數多項式，且知 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $x^4 - 1$ 。試問下列哪一個選項不可能是 $f(x)$ 與 $g(x)$ 的公因式？
(1) 5
(2) $x - 1$
(3) $x^2 - 1$
(4) $x^3 - 1$
(5) $x^4 - 1$

4. 甲、乙、丙三所高中的一年級分別有 3、4、5 個班級。從這 12 個班級中隨機選取一班參加國文抽考，再從未被抽中的 11 個班級中隨機選取一班參加英文抽考。則參加抽考的兩個班級在同一所學校的機率最接近以下哪個選項？
(1) 21% (2) 23% (3) 25% (4) 27% (5) 29%

5. 假設甲、乙、丙三鎮兩兩之間的距離皆為 20 公里。兩條筆直的公路交於丁鎮，其中之一通過甲、乙兩鎮而另一通過丙鎮。今在一比例精準的地圖上量得兩公路的夾角為 45° ，則丙、丁兩鎮間的距離約為
- (1) 24.5 公里 (2) 25 公里 (3) 25.5 公里 (4) 26 公里 (5) 26.5 公里
6. 試問坐標平面上共有幾條直線，會使得點 $O(0,0)$ 到此直線之距離為 1，且點 $A(3,0)$ 到此直線之距離為 2？
- (1) 1 條 (2) 2 條 (3) 3 條 (4) 4 條 (5) 無窮多條

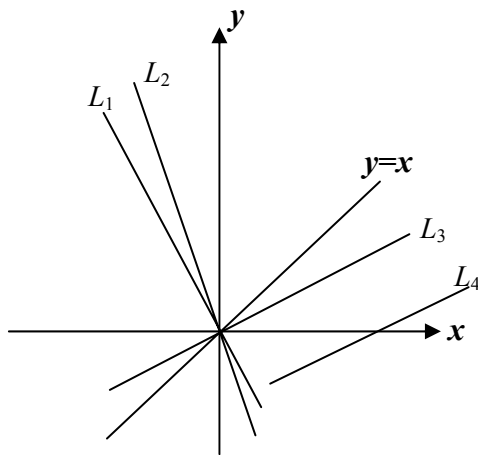
二、多選題（佔 25 分）

說明：第 7 至 11 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項劃記在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個選項者可得 2.5 分，錯兩個或兩個以上選項者不給分。

7. 試問下列哪些選項中的數是有理數？
- (1) 3.1416
- (2) $\sqrt{3}$
- (3) $\log_{10} \sqrt{5} + \log_{10} \sqrt{2}$
- (4) $\frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} + \frac{\cos 15^\circ}{\sin 15^\circ}$
- (5) 方程式 $x^3 - 2x^2 + x - 1 = 0$ 的唯一實根

8. 坐標平面上四條直線 L_1, L_2, L_3, L_4 與 x 軸、 y 軸及直線 $y = x$ 的相關位置如圖所示，其中 L_1 與 L_3 垂直，而 L_3 與 L_4 平行。設 L_1, L_2, L_3, L_4 的方程式分別為 $y = m_1x$ ， $y = m_2x$ ， $y = m_3x$ 以及 $y = m_4x + c$ 。試問下列哪些選項是正確的？

- (1) $m_3 > m_2 > m_1$
- (2) $m_1 \cdot m_4 = -1$
- (3) $m_1 < -1$
- (4) $m_2 \cdot m_3 < -1$
- (5) $c > 0$



9. 某廠商委託民調機構在甲、乙兩地調查聽過某項產品的居民佔當地居民之百分比(以下簡稱為「知名度」)。結果如下：在 95% 信心水準之下，該產品在甲、乙兩地的知名度之信賴區間分別為 $[0.50, 0.58]$ 、 $[0.08, 0.16]$ 。試問下列哪些選項是正確的？

- (1) 甲地本次的參訪者中，54% 的人聽過該產品
- (2) 此次民調在乙地的參訪人數少於在甲地的參訪人數
- (3) 此次調查結果可解讀為：甲地全體居民中有一半以上的人聽過該產品的機率大於 95%
- (4) 若在乙地以同樣方式進行多次民調，所得知名度有 95% 的機會落在區間 $[0.08, 0.16]$
- (5) 經密集廣告宣傳後，在乙地再次進行民調，並增加參訪人數達原人數的四倍，則在 95% 信心水準之下該產品的知名度之信賴區間寬度會減半(即 0.04)

10. 設 a, b, c 為實數，下列有關線性方程組
$$\begin{cases} x + 2y + az = 1 \\ 3x + 4y + bz = -1 \\ 2x + 10y + 7z = c \end{cases}$$
 的敘述哪些是正確的？

- (1) 若此線性方程組有解，則必定恰有一組解
- (2) 若此線性方程組有解，則 $11a - 3b \neq 7$
- (3) 若此線性方程組有解，則 $c = 14$
- (4) 若此線性方程組無解，則 $11a - 3b = 7$
- (5) 若此線性方程組無解，則 $c \neq 14$

11. 如圖所示，正立方體 $ABCD-EFGH$ 的稜長等於 2 (即 $\overline{AB} = 2$)， K 為正方形 $ABCD$ 的中心， M 、 N 分別為線段 BF 、 EF 的中點。試問下列哪些選項是正確的？

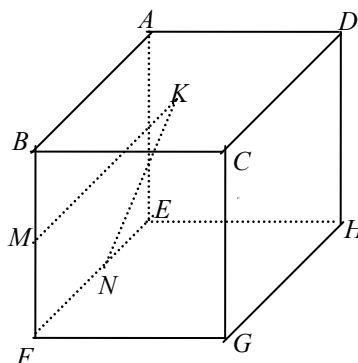
(1) $\overrightarrow{KM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AE}$

(2) (內積) $\overrightarrow{KM} \cdot \overrightarrow{AB} = 1$

(3) $\overline{KM} = 3$

(4) $\triangle KMN$ 為一直角三角形

(5) $\triangle KMN$ 之面積為 $\frac{\sqrt{10}}{2}$



第貳部分：選填題（佔 45 分）

說明：1. 第 A 至 I 題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號 (12–33)。
2. 每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 從 1 到 100 的正整數中刪去所有的質數、2 的倍數及 3 的倍數之後，剩下最大的數為 ⑫⑬。
- B. 坐標平面上有四點 $O(0,0)$, $A(-3,-5)$, $B(6,0)$, $C(x,y)$ 。今有一質點在 O 點沿 $\overrightarrow{AO}$ 方向前進 $\overline{AO}$ 距離後停在 P ，再沿 $\overrightarrow{BP}$ 方向前進 $2\overline{BP}$ 距離後停在 Q 。假設此質點繼續沿 $\overrightarrow{CQ}$ 方向前進 $3\overline{CQ}$ 距離後回到原點 O ，則 $(x,y) = (\text{⑭⑮}, \text{⑯⑰})$ 。
- C. 抽獎遊戲中，參加者自箱中抽出一球，確定顏色後放回。只有抽得藍色或紅色球者可得消費券，其金額分別為(抽得藍色球者)2000 元、(抽得紅色球者)1000 元。箱中已置有 2 顆藍色球及 5 顆紅色球。在抽出任一球之機率相等的條件下，主辦單位希望參加者所得消費券金額的期望值為 300 元，則主辦單位應於箱內再置入 ⑱⑲ 顆其他顏色的球。

D. 坐標平面上有兩條平行直線。它們的 x 截距相差 20， y 截距相差 15。則這兩條平行直線的距離為 20, 21。

E. 假設 Γ_1 為坐標平面上開口向上的拋物線，其對稱軸為 $x = \frac{-3}{4}$ 且焦距（焦點到頂點的距離）為 $\frac{1}{8}$ 。若 Γ_1 與另一拋物線 $\Gamma_2: y = x^2$ 恰交於一點，則 Γ_1 的頂點之 y 坐標為 $\frac{\textcircled{22}}{\textcircled{23}}$ 。（化成最簡分數）

F. 某公司為了響應節能減碳政策，決定在五年後將公司該年二氧化碳排放量降為目前排放量的 75%。公司希望每年依固定的比率(當年和前一年排放量的比)逐年減少二氧化碳的排放量。若要達到這項目標，則該公司每年至少要比前一年減少 24, 25 % 的二氧化碳的排放量。(計算到小數點後第一位，以下四捨五入。)

G. 坐標空間中 xy 平面上有一正方形，其頂點為 $O(0,0,0), A(8,0,0), B(8,8,0), C(0,8,0)$ 。另一點 P 在 xy 平面的上方，且與 O, A, B, C 四點的距離皆等於 6。若 $x + by + cz = d$ 為通過 A, B, P 三點的平面，則 $(b, c, d) = (\textcircled{26}, \textcircled{27}, \textcircled{28})$ 。

H. 有一橢圓與一雙曲線有共同的焦點 F_1 、 F_2 ，且雙曲線的實軸長和橢圓的短軸長相等。設 P 為此橢圓與雙曲線的一個交點，且 $\overline{PF_1} \times \overline{PF_2} = 64$ ，則 $\overline{F_1F_2} = \underline{\textcircled{29} \textcircled{30}}$ 。

I. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{AC} = 9$ ， $\cos \angle BAC = \frac{3}{8}$ 。設點 P 、 Q 分別在邊 AB 、 AC 上使得 $\triangle APQ$ 之面積為 $\triangle ABC$ 面積之一半，則 $\overline{PQ}$ 之最小可能值為 $\underline{\frac{\textcircled{31} \textcircled{32}}{\textcircled{33}}}$ 。(化成最簡分數)

參考公式及可能用到的數值

- 一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 間的距離為 $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- 通過 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的直線斜率 $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ， $x_2 \neq x_1$ 。
- 首項為 a_1 ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$
- 三角函數的和角公式： $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \sin B \cos A$
 $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$
- $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$
 $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
- 95% 信心水準下之信賴區間： $[\hat{p} - 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}, \hat{p} + 2\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}]$
- 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ； $\sqrt{3} \approx 1.732$ ； $\sqrt{5} \approx 2.236$ ； $\sqrt{6} \approx 2.449$ ； $\pi \approx 3.142$
- 對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$

常用對數表 $\log_{10} N$																			
N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	表			尾			差		
											1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374	4	8	12	17	21	25	29	33	37
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	3	7	10	14	17	21	24	28	31
....																			
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745	1	1	2	2	3	4	4	5	5
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	1	1	2	2	3	3	4	5	5
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859	1	1	2	2	3	3	4	5	5
....																			
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727	0	1	1	2	2	3	3	4	4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773	0	1	1	2	2	3	3	4	4
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	0	1	1	2	2	3	3	4	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863	0	1	1	2	2	3	3	4	4

註 1. 表中所給的對數值為小數點後的值。

2. 表中最左欄的數字表示 N 的個位數及小數點後第一位，最上一列的數字表示 N 的小數點後第二位。