

108年專門職業及技術人員高等考試建築師、
25類科技師（含第二次食品技師）考試暨
普通考試不動產經紀人、記帳士考試試題

等 別：高等考試
類 科：資訊技師
科 目：計算機數學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目得以本國文字或英文作答。

- 一、請用數學歸納法（mathematical induction）證明所有的非負整數 n ， $7^{n+2} + 8^{2n+1}$ ， $n = 0, 1, 2, \dots$ ，可以被 57 整除。（10 分）
- 二、請畫出函數 $f(n) = n^2$ 的圖形， n 是介於 -3（含）到 3（含）的整數。（10 分）
- 三、證明一個數 $a = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + a_1 \times 10 + a_0$ 是否可以被 11 整除，若且唯若（if and only if）此數偶數位數（ $a_0 + a_2 + a_4 \dots$ ，假設個位數算是第一個偶數位數）的和減去此數奇數位數（ $a_1 + a_3 + a_5 \dots$ ）的和可以被 11 整除。舉例來說，2156517 可以被 11 整除，因為此數偶數位數的和（ $7 + 5 + 5 + 2 = 19$ ）減去奇數位數的和（ $1 + 6 + 1 = 8$ ）為 11，可以被 11 整除。（提示：證明若 n 為偶數， $a \bmod 11 = (a_n - a_{n-1} + \dots - a_1 + a_0) \bmod 11$ 。若 n 為奇數， $a \bmod 11 = (-a_n + a_{n-1} - \dots - a_1 + a_0) \bmod 11$ ）（12 分）
- 四、請解以下遞迴關係（recurrence relation）：（每小題 6 分，共 12 分）
(一) $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$, $n \geq 2$, $a_0 = 0$, $a_1 = 1$
(二) $a_n = 10a_{n-1} + 29a_{n-2}$, $n \geq 2$, $a_0 = 0$, $a_1 = 1$
- 五、請將 $(a + b \times c) - (b/c)$ 此算術描述（arithmetic expression）：
(一)畫出相關的二元樹，其內節點（internal node）為 +、-、 $\times$ 、/ 等算術運算，葉節點（leaf node）則是 a, b, c 等數字。（6 分）
(二)寫出此算術描述的前序式（prefix expression）。（5 分）
(三)寫出此算術描述的后序式（postfix expression）。（5 分）

- 六、(一)將[老婆萬歲]4個字取出2個字（取出順序不重要，取出後不放回），有幾種不同的結果？（3分）
- (二)將[太太萬歲]4個字取出2個字（取出順序不重要，取出後不放回），有幾種不同的結果？（3分）
- (三)將[西湖垂柳絲柳垂湖西]9個字取出2個字（取出的順序不重要，取出後不放回），有幾種不同的結果？（6分）
- 注意到，所謂取出順序不重要，說的是先取[萬]字再取[歲]字，和先取[歲]字再取[萬]字，當作是相同的結果。
- 七、(一)何謂參數為 (n, p) 的二項式隨機變數（binomial random variable）？（6分）
- (二)投擲4個公平的銅板，每個銅板有頭尾兩面，請寫出出現頭次數（會出現0, 1, 2, 3, 4次）的機率質量函數（probability mass function）。（6分）
- 八、某次離散數學考試的10個人的成績為30, 40, 80, 60, 80, 60, 70, 80, 90, 50，請說明以下4個數的涵義，並計算出這些數：（每小題4分，共16分）
- (一)平均數（mean）
- (二)中位數（median）
- (三)眾數（mode）
- (四)範圍（range）