

八十七學年度大學入學考試中心

學科能力測驗試題

數學考科

—作答注意事項—

考試時間：100 分鐘

題型題數：單一選擇題 4 題，多重選擇題 6 題，填充題第 A 至 J 題共 10 題

作答方式：• 用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答，修正時應以橡皮擦拭，切勿使用修正液
• 答錯不倒扣

作答說明：在答案卡適當位置選出數值或符號。請仔細閱讀下面的例子。

(一) 填答選擇題時，只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題的選項為 (1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，〔亦即選項(3)〕時，考生要在答案卡第 1 列的 $\begin{smallmatrix} 3 \\ \square \end{smallmatrix}$ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
	-	±	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

例：若多重選擇題第 10 題的正確選項為 (1) 與 (3) 時，考生要在答案卡的第 10 列的 $\begin{smallmatrix} 1 \\ \square \end{smallmatrix}$ 與 $\begin{smallmatrix} 3 \\ \square \end{smallmatrix}$ 劃記，如：

	-	±	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
10	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

(二) 填充題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\begin{smallmatrix} 3 \\ \square \end{smallmatrix}$ 與第 19 列的 $\begin{smallmatrix} 8 \\ \square \end{smallmatrix}$ 劃記，如：

18	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
19	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20} \textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答

案卡的第 20 列的 $\begin{smallmatrix} - \\ \square \end{smallmatrix}$ 與第 21 列的 $\begin{smallmatrix} 7 \\ \square \end{smallmatrix}$ 劃記，如：

20	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
21	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

※ 試題後附有參考公式及可能用到的對數值

第一部分：選擇題

壹、單一選擇題

說明：第 1 至 4 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 當 x 介於 0 與 2π 之間，直線 $y=1-x$ 與函數 $y=\tan x$ 的圖形，共有幾個交點？

(1) 0 (2) 1

(3) 2 (4) 3

(5) 4

2. 設 $1-i$ 為 $x^2+ax+3-i=0$ 的一根，則 a 的值為何？

(1) -3 (2) -2

(3) $-1-i$ (4) 2

(5) 3

3. 設事件 A 發生的機率為 $\frac{1}{2}$ ，事件 B 發生的機率為 $\frac{1}{3}$ 。若以 P 表事件 A 或事件 B 發生的機率，則

(1) $p \leq \frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{6} < p \leq \frac{1}{3}$

(3) $\frac{1}{3} < p < \frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{2} \leq p \leq \frac{5}{6}$

(5) $p > \frac{5}{6}$

4. 如圖(一)， $ABCDEF$ 為一正六邊形。那麼下列向量內積中，何者最大？

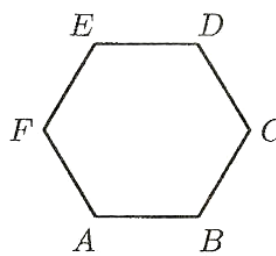
(1) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}$

(2) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

(3) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$

(4) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE}$

(5) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AF}$



圖(一)

貳、多重選擇題

說明：第 5 至 10 題，每題至少有一個選項是正確的，選出正確選項，標示在答案卡之「解答欄」。每題答對得 5 分，答錯不倒扣，未答者不給分。只錯一個可獲 2.5 分，錯兩個或兩個以上不給分。

5. 已知「偶數的平方是 4 的倍數；奇數的平方除以 4 餘數為 1」。考慮五個數：513，226，216，154，145，試問下列何者可以和上述五數中的某一數相加成為完全平方數？

- (1) 513 (2) 226
(3) 216 (4) 154
(5) 145

6. 設不共點的三直線之方程式分別為

$$\begin{aligned} ax - 4y &= 1, \\ (a + 1)x + 3y &= 2, \\ x - 2y &= 3, \end{aligned}$$

其中 a 為實數。試問 a 為何值時，上述三直線會圍出一個直角三角形？

- (1) -8 (2) -4
(3) 1 (4) 3
(5) 5

7. 下列敘述何者為真？

- (1) $\sin 50^\circ < \cos 50^\circ$ (2) $\tan 50^\circ < \cot 50^\circ$
(3) $\tan 50^\circ < \sec 50^\circ$ (4) $\sin 230^\circ < \cos 230^\circ$
(5) $\tan 230^\circ < \cot 230^\circ$

8. 在空間中，下列那些點可與 $A(1,2,3)$ ， $B(2,5,3)$ ， $C(2,6,4)$ 三點構成一平行四邊形？

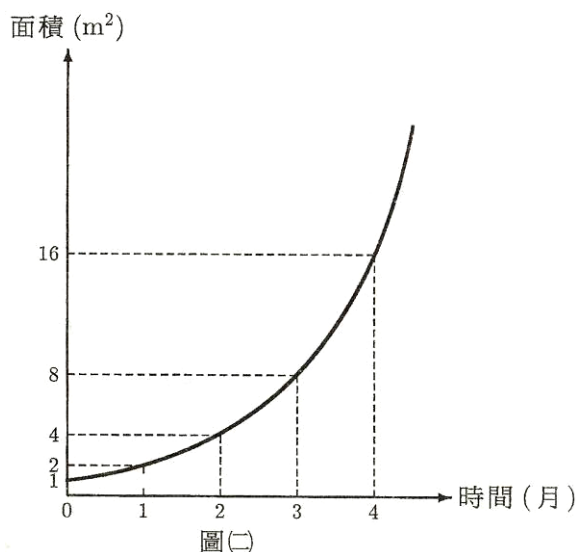
- (1) $(-1,-5,-2)$ (2) $(1,1,2)$
(3) $(1,3,4)$ (4) $(3,7,6)$
(5) $(3,9,4)$

9. 設 a 與 b 均為實數，且二次函數 $f(x)=a(x-1)^2+b$ 滿足 $f(4)>0$, $f(5)<0$ 。試問下列何者為真？

- (1) $f(0)>0$ (2) $f(-1)>0$
(3) $f(-2)>0$ (4) $f(-3)>0$
(5) $f(-4)>0$

10. 圖(二)為某池塘中布袋蓮蔓延的面積與時間的關係圖。假設其關係為指數函數，試問下列敘述何者為真？

- (1)此指數函數的底數為2。
(2)在第5個月時，布袋蓮的面積就會超過 30m^2 。
(3)布袋蓮從 4m^2 蔓延到 12m^2 ，只需1.5個月。
(4)設布袋蓮蔓延到 2m^2 、 3m^2 、 6m^2 所需的時間分別為 t_1 、 t_2 、 t_3 ，則 $t_1+t_2=t_3$ 。
(5)布袋蓮在第1到第3個月之間的蔓延平均速度等於在第2到第4個月之間的蔓延平均速度。



第二部分：填充題

- 說明：1.第 A 至 J 題，將答案標示在答案卡之「解答欄」所標示的列號(11-35)處。
2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。
3.如果填充題答案要求的是分數時，必須以最簡分數表示。

- A. 在三位數中，百位數與個位數之差的絕對值為 2 的數，共有 ⑪⑫⑬ 個。

B. 設 a 與 b 均為實數。若

$$\frac{a}{2^1} + \frac{b}{2^2} + \frac{a}{2^3} + \frac{b}{2^4} + \cdots + \frac{a}{2^{2n-1}} + \frac{b}{2^{2n}} + \cdots = 3,$$

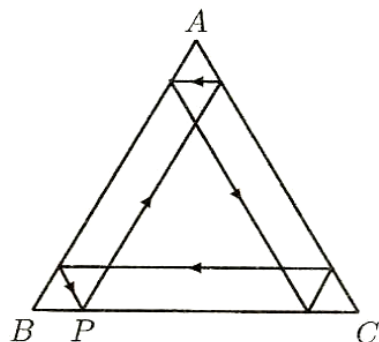
則 $2a+b = \underline{\textcircled{14}}$ 。

C. 某公司有甲、乙、丙三條生產線，現欲生產三萬個產品，如果甲、乙、丙三條生產線同時開動，則需 10 小時；如果只開動乙、丙兩條生產線，則需 15 小時；如果只開動甲生產線 15 小時，則需再開動丙生產線 30 小時，才能完成所有產品。問如果只開動乙生產線，則需

$\textcircled{15} \textcircled{16}$ 小時才能生產三萬個產品。

D. 長方體中，互為歪斜線的稜線共有 $\textcircled{17} \textcircled{18}$ 對。

E. 在圖(三)中， ABC 是邊長為 8 的正三角形撞球檯，線段 $BP = \sqrt{2}$ 。今由 P 點將一粒球以平行 BA 方向射出，最後又回到 P 點。球所走的路徑，如圖箭號所示。則此路徑的長度為 $\textcircled{19} \textcircled{20}$ 。



圖(三)

F. 在等比數列 $\langle a_n \rangle$ 中，

$$a_1 = 1,$$

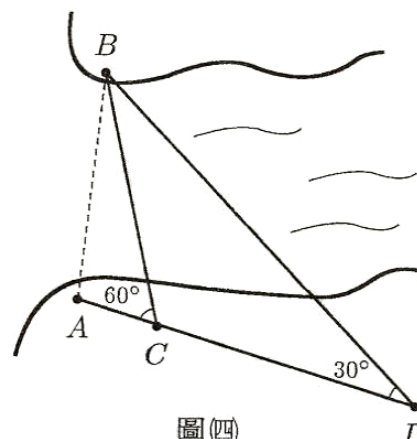
$$a_4 = 2 - \sqrt{5},$$

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n, \quad n \geq 1$$

則 $\langle a_n \rangle$ 的公比 = $\textcircled{21} \textcircled{22} \sqrt{5}$
 $\textcircled{23}$

- G. 如圖(四)，A、B 分別位於一河口的兩岸邊。某人在通往 A 點的筆直公路上，距離 A 點 50 公尺的 C 點與距離 A 點 200 公尺的 D 點，分別測得 $\angle ACB=60^\circ$ ， $\angle ADB=30^\circ$ ，則 A 與 B 的

距離為 24 25 $\sqrt{26}$ 公尺。

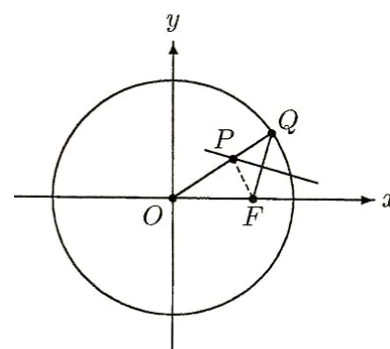


圖(四)

- H. 設 $f(x)$ 為一多項式。若 $(x+1)f(x)$ 除以 x^2+x+1 的餘式為 $5x+3$ ，則 $f(x)$ 除以 x^2+x+1 的餘式為 27 x + 28。

- I. 在圖(五)中，圓 O 的半徑為 6， F 的坐標為 $(4,0)$ ， Q 在圓 O 上， P 為 $\overline{FQ}$ 的中垂線與 $\overline{OQ}$ 的交點。當 Q 在圓 O 上移動時，動點 P 的軌跡方程式為

$$\frac{(x - \textcircled{29})^2}{\textcircled{31}} + \frac{(y - \textcircled{30})^2}{\textcircled{32}} = 1$$



圖(五)

- J. 下表所列為各項主要食品的平均消費價格，以及民國 70 年維持一家四口所需各項食品的平均需要量。若以拉氏指數來衡量，那麼民國 76 年主要食品的費用比民國 70 年高出的百分率為 33 34 35 %。(小數點以下四捨五入)

項 目	70 年價格	76 年價格	70 年平均用量
蓬萊米	7.6	16.0	45.0
豬 肉	49.0	97.0	5.0
虱目魚	36.0	74.0	0.5
包心白菜	5.6	15.0	4.0
香 蕉	4.7	13.0	3.0
花生油	25.0	54.0	0.8

參考公式及可能用到的對數值

- 一元二次方程式的公式解： $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- 以 α ， β 為二根的一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根與係數關係為：
 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ 及 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$
- 等比級數 $\langle ar^{n-1} \rangle$ 的前 n 項之和：
 當 $r \neq 1$ 時， $S_n = a \cdot \frac{1-r^n}{1-r} = \frac{a}{1-r} - \frac{ar^n}{1-r}$ ；當 $r = 1$ 時， $S_n = na$
- 平面上兩點 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 間的距離為 $\overline{P_1P_2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- $\triangle ABC$ 的正弦及餘弦定律
 (1) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = d$ ， d 為外接圓直徑 (正弦定律)
 (2) $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ (餘弦定律)
- 正弦函數的和角公式為
 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
 $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
- 餘弦函數的和角公式為
 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
 $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
- I_k 表 k 期 (計算期) 的加權綜合物價指數，

$$I_k = \frac{\sum_{i=1}^n p_{ik} q_i}{\sum_{i=1}^n p_{i0} q_i} \times 100,$$

其中 p_{i0} 表 0 期 (基期) 第 i 項商品的價格；

p_{ik} 表 k 期 (計算期) 第 i 項商品的價格；

q_i 表第 i 項商品的指定權數 (適當的消費量)；

n 表列入計算的商品數。

註：以基期之消費量 q_{i0} 作為權數而得的指數叫拉氏指數；

以計算期之消費量 q_{ik} 作為權數而得的指數叫裴氏指數。

9. 對數公式

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a(x/y) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a(x^y) = y \log_a x$$

10. 可能用到的對數值（近似值）

$$\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$$