

大學入學考試中心

107 學年度指定科目考試試題

數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：• 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。

- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
- 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\frac{3}{8}$ 與第 19 列的 $\frac{8}{8}$ 畫記，如：

18	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{0}{8}$	$\frac{-}{8}$	$\frac{+}{8}$
19	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{0}{8}$	$\frac{-}{8}$	$\frac{+}{8}$

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\frac{-}{50}$ 與第 21 列的 $\frac{7}{50}$ 畫記，如：

20	$\frac{1}{50}$	$\frac{2}{50}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{4}{50}$	$\frac{5}{50}$	$\frac{6}{50}$	$\frac{7}{50}$	$\frac{8}{50}$	$\frac{9}{50}$	$\frac{0}{50}$	$\frac{-}{50}$	$\frac{+}{50}$
21	$\frac{1}{50}$	$\frac{2}{50}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{4}{50}$	$\frac{5}{50}$	$\frac{6}{50}$	$\frac{7}{50}$	$\frac{8}{50}$	$\frac{9}{50}$	$\frac{0}{50}$	$\frac{-}{50}$	$\frac{+}{50}$

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 74 分）

一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 已知實係數多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 - 14x + 13$ 的餘式為 $ax + b$ ，且 $f(x)$ 除以 $x - 1$ 的餘式為 4，則 $a + b$ 的值為何？

(1) -1 (2) 0 (3) 1 (4) 4 (5) 13

2. 有一配置一輛運貨車之快遞公司，要將貨品運送至 A, B, C, D, E 五個不同地點。已知這五個地點只有下列連絡道路，其所需時間如下表。例如：路線 $A \leftrightarrow B$ 表示可以由 A 站到 B 站，也可以由 B 站到 A 站，行車時間皆為 1 小時。

路線	$A \leftrightarrow B$	$A \leftrightarrow C$	$A \leftrightarrow D$	$B \leftrightarrow E$	$C \leftrightarrow D$	$C \leftrightarrow E$	$D \leftrightarrow E$
行車時間	1 小時	1 小時	2 小時	5 小時	1 小時	1 小時	1 小時

今有配送任務必須從 A 站出發，最後停留在 E 站，每一站至少經過一次，且路線可以重複，試問至少要花多少小時才能完成任務？

(1) 4 (2) 5 (3) 6 (4) 7 (5) 8

3. 設 $a < b < 2^{10}$ ，其中 $\log a = 3$ 。已知利用 $\log a$ 、 $\log(2^{10})$ 的值與內插法求得 $\log b$ 的近似值為 3.0025，試問 b 的值最接近下列哪一個選項？（註： $\log 2 \approx 0.3010$ ）

- (1) 1002 (2) 1006 (3) 1010
(4) 1014 (5) 1018

二、多選題（占 32 分）

說明：第 4 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 、 $\langle c_n \rangle$ 、 $\langle d_n \rangle$ 、 $\langle e_n \rangle$ 定義如下：

$$a_n = (-1)^n ; \quad b_n = a_n + a_{n+1} ; \quad c_n = \left(\frac{-\sqrt{10}}{3} \right)^n ; \quad d_n = \frac{1}{3} c_n ; \quad e_n = \frac{1}{c_n} ; \quad \text{其中 } n = 1, 2, 3, \dots$$

下列選項中，試選出會收斂的無窮級數。

- (1) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (2) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ (3) $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ (4) $\sum_{n=1}^{\infty} d_n$ (5) $\sum_{n=1}^{\infty} e_n$

5. 設 $2^x = 3$ ， $3^y = 4$ 。試選出正確的選項。(註： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$)

(1) $x < 2$

(2) $y > \frac{3}{2}$

(3) $x < y$

(4) $xy = 2$

(5) $x + y < 2\sqrt{2}$

6. 某經銷商對甲、乙兩款血壓計作品管檢驗，發現從甲款每一批中抽出一個血壓計，其誤差超過 3mmHg（毫米汞柱）及超過 6mmHg 的機率分別為 0.32 及 0.1。從乙款每一批中抽出一個血壓計，其誤差超過 3mmHg 及超過 6mmHg 的機率分別為 0.16 及 0.05。在甲、乙兩款的檢驗是獨立事件的情況下，試選出正確的選項。

(1) 從甲款中抽出一個血壓計，其誤差超過 3mmHg 但不超過 6mmHg 的機率大於 0.2

(2) 若從待檢驗的甲款血壓計中連續抽兩次，每次抽一個血壓計檢驗後放回，假設這兩次的檢驗是獨立事件，其誤差依次為不超過 3mmHg 及超過 6mmHg 的機率為 0.136

(3) 從甲、乙兩款中各抽出一個血壓計，其誤差都不超過 3mmHg 的機率大於 0.7

(4) 從甲、乙兩款中各抽出一個血壓計，至少有一個誤差不超過 3mmHg 的機率大於 0.84

(5) 從甲、乙兩款中各抽出一個血壓計，兩者誤差的平均超過 3mmHg 的機率小於 0.32×0.16

7. 保險公司把投保竊盜險的住宅分為 A、B 兩級，其所占比率分別為 60%、40%。過去一年 A、B 兩級住宅遭竊的比率分別為 15%、5%。據此，公司推估未來一年 A、B 兩級住宅被竊的機率分別為 0.15、0.05。今 A 級住宅中的 20% 經過改善，重新推估這些改善過的住宅未來一年被竊的機率會降為 0.03；而其他住宅被竊機率不變。根據以上資料，試選出正確的選項。
- (1) 全體投保的住宅中，過去一年遭竊的比率為 12%
 - (2) 過去一年遭竊的投保住宅中，A 級所占的比率超過 90%
 - (3) 推估未來一年，改善過的 A 級住宅的被竊機率為原來的 $\frac{1}{5}$
 - (4) 經改善後，推估未來一年被竊機率，全體投保的 A 級住宅會小於全體投保的 B 級住宅
 - (5) 經改善後，推估未來一年全體投保的住宅被竊機率小於 0.11

三、選填題（占 24 分）

說明：1. 第 A 至 C 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (8-16)。
2. 每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 地方上張安與李平兩位角逐鄉長，結果張安得票率 55%，李平得票率 45%，由張安勝選。民調機構預測，如果下任鄉長仍由張安與李平兩人競選，選民相同且每一張票都是有效票，則本屆支持張安的選民將有 25% 倒向支持李平，而本屆支持李平的選民將有 10% 倒向支持張安。若描述上述現象的轉移矩陣

為 A，則行列式 $\det A$ 的絕對值為 $\frac{\begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 10 & 11 \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} 10 & 11 \end{pmatrix}}$ 。（請化為最簡分數）

B. 在坐標平面上的 $\triangle ABC$ 中， D 為 $\overline{AB}$ 的中點，且點 E 在射線 $\overrightarrow{AC}$ 上，滿足

$\overline{AE} = 3\overline{AC}$ 。若向量內積 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 15$ ，則向量內積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE} = \underline{\textcircled{12} \textcircled{13}}$ 。

C. 有 100 元、200 元、300 元、400 元的紅包袋各一個，由甲、乙、丙三人依序各抽取 1 個紅包袋，抽取後不放回。若每個紅包袋被抽取的機會都相等，則甲、乙、丙三人紅包金額總和的期望值為 $\textcircled{14} \textcircled{15} \textcircled{16}$ 元。

— — — — 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 — — — —

第貳部分：非選擇題（占 26 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。若因字跡潦草、未標示題號、標錯題號等原因，致評閱人員無法清楚辨識，其後果由考生自行承擔。每一子題配分標於題末。

一. 已知實係數二次多項式函數 $y = f(x)$ 滿足 $f(3) = f(-7)$ 。試回答下列問題。

- (1) 寫出 $y = f(x)$ 圖形的對稱軸方程式。（3 分）
- (2) 若 $f(x) = a(x-k)^2 + b$ ，且 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸交於相異兩點，試判斷 ab 乘積的值為正或負，並請說明理由。（4 分）
- (3) 若方程式 $f(x) = 0$ 有相異實根，試證兩根之積小於 4。（6 分）

背面尚有試題

二. 某車商代理進口兩廠牌汽車，甲廠牌汽車每台成本 100 萬元，此次進口上限 20 台，售出一台淨利潤 11 萬元；乙廠牌汽車每台成本 120 萬元，此次進口上限 30 台，售出一台淨利潤 12 萬元。今車商準備 4400 萬元作為此次汽車進口成本，且保證所進口的車輛必定全部售完。試回答下列問題。

- (1) 寫出此問題的線性規劃不等式及目標函數。（4 分）
- (2) 在坐標平面上畫出可行解區域，並以斜線標示該區域。（3 分）
- (3) 試問車商此次應進口甲、乙兩廠牌汽車各多少台，才能獲得最大利潤？又最大利潤是多少？（6 分）