

101年公務人員特種考試外交領事人員外交行政人員考試、101年公務人員特種考試國際經濟商務人員考試、101年公務人員特種考試法務部調查局調查人員考試、101年公務人員特種考試國家安全局國家安全情報人員考試、101年公務人員特種考試民航人員考試、101年公務人員特種考試經濟部專利商標審查人員考試試題

代號：40960

全一張
(正面)

考試別：調查人員
等別：三等考試
類科組：電子科學組
科目：工程數學
考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、考慮一電路，其動態方程式可表為以下之4階常微分方程

$$\frac{d^4 v}{dt^4} + v = v_s$$

假設初始值為 $v(0) = 1(V)$, $\dot{v}(0) = 0$, $\ddot{v}(0) = 0$, $\ddot{v}(0) = 0$ 。

(一)請求 $v(t)$ 之齊次解 (homogeneous solution)。(10分)

(二)若 $v_s(t) = e^{-t} \cos t$ ，請以未定係數法 (method of undetermined coefficients) 求 $v(t)$ 之特解 (particular solution) 與完整解 (complete solution)。(10分)

二、考慮圖一之電路，其動態方程式可表為以下之常微分方程

$$R_1 R_2 C_1 \dot{v}_{C1} + (R_1 + R_2) v_{C1} - R_1 v_{C2} = R_2 v_s$$

$$R_2 C_2 \dot{v}_{C2} + v_{C2} - v_{C1} = 0$$

其中之微分為對時間 t 之微分。上式也可表為矩陣型式，即

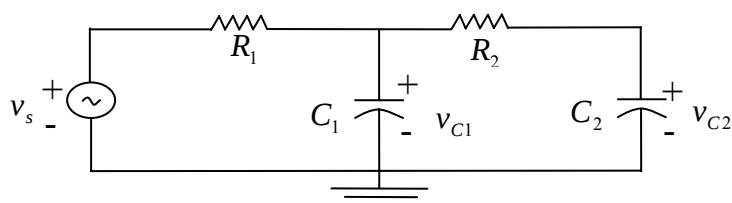
$$\begin{bmatrix} \dot{v}_{C1} \\ \dot{v}_{C2} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1 C_1} \\ 0 \end{bmatrix} v_s, \text{ 其中 } A = \begin{bmatrix} \frac{-(R_1 + R_2)}{R_1 R_2 C_1} & \frac{1}{R_2 C_1} \\ \frac{1}{R_2 C_2} & \frac{-1}{R_2 C_2} \end{bmatrix}$$

假設各電子元件值為

$$R_1 = 1\Omega, R_2 = 4\Omega, C_1 = \frac{1}{4}F, C_2 = \frac{1}{12}F$$

(一)請求矩陣 A 之特徵值與特徵向量，並說明此問題中特徵值之物理意義。(10分)

(二)假設初始電容電壓為 $v_{C1}(0) = 1(V)$, $v_{C2}(0) = 0(V)$ ，且輸入電源為 $v_s(t) = 3 \sin 2t$ ，請以拉氏轉換 (Laplace transform) 求 $v_{C2}(t)$ 。(15分)



圖一
(請接背面)

101年公務人員特種考試外交領事人員外交行政人員考試、101年公務人員特種考試國際經濟商務人員考試、101年公務人員特種考試法務部調查局調查人員考試、101年公務人員特種考試國家安全局國家安全情報人員考試、101年公務人員特種考試民航人員考試、101年公務人員特種考試經濟部專利商標審查人員考試試題

代號：40960

全一張
(背面)

考試別：調查人員
等別：三等考試
類科組：電子科學組
科目：工程數學

三、考慮一電路板，一端與外在環境接觸，因此溫度是固定的， $T(0, t) = 0$ ；另一端有熱源，因此溫度梯度（temperature gradient）為固定的， $\left. \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right|_{x=1} = 1$ ，如圖二所示。

其溫度在 Y 方向是均勻的，而沿著 X 方向的溫度分佈 $T(x, t)$ 滿足偏微分方程式

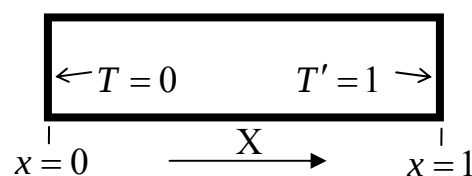
$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = 2 \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2}$$

另外，其初始溫度分佈為 $T(x, 0) = 1, 0 \leq x \leq 1$ 。

(一) 請求其穩態時（時間很大時，即 $t \rightarrow \infty$ ）之溫度分佈。（10 分）

(二) 請求其完整之溫度分佈。提示：先做座標轉換，移除穩態解，使邊界條件為齊次。（20 分）

(三) 請指出此問題之特徵函數。（5 分）



圖二

四、欲求訊號之頻譜（spectrum），必須對其進行富立葉轉換（Fourier transform）。考慮以下兩個訊號，請分別求其頻譜。

(一) $f_1(t) = \begin{cases} e^{-t}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$ 。（10 分）

(二) $f_2(t) = \begin{cases} e^{-t} \cos t, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$ 。（10 分）