

110年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：統計
科 目：統計學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

參考值：

$$z_{0.025}=1.96, z_{0.05}=1.645, z_{0.1}=1.28,$$

$$t_{0.025, 8}=2.306, t_{0.025, 9}=2.262, t_{0.025, 10}=2.228, t_{0.05, 8}=1.860, t_{0.05, 9}=1.833, t_{0.05, 10}=1.812$$

$$F_{0.025, 2, 8}=6.059, F_{0.025, 4, 8}=6.053, F_{0.05, 2, 8}=4.459, F_{0.05, 4, 8}=3.838$$

一、令 X_1 與 X_2 為具獨立同分布、期望值 $1/\lambda$ 的指數 (exponential) 隨機變數。

令 $Y_1 = X_1 - X_2$ 以及 $Y_2 = X_2$ 。(每小題 10 分，共 20 分)

(一)試求 Y_1 與 Y_2 之聯合機率密度函數。

(二)試求 Y_1 之邊際機率密度函數。

二、令 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 為一組隨機抽自常態分配 $N(0, \sigma^2)$ 之樣本。假設 $\sigma_1^2 > \sigma_0^2$ ，在顯著水準 0.05 下：

(一)試求檢定 $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ vs. $H_1 : \sigma^2 = \sigma_1^2$ 的最強力檢定 (most powerful test)。(10 分)

(二)試求檢定 $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ vs. $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$ 的齊一最強力檢定 (uniformly most powerful test)。(5 分)

(三)說明檢定 $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$ vs. $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ 的齊一最強力檢定是否存在。(5 分)

三、以下是 (X, Y) 兩變數之觀測資料：

X	11	9	14	10	12	15	7	5	13	8	6
Y	7.46	6.77	12.74	7.11	7.81	8.84	6.08	5.39	8.15	6.42	5.73

以下考慮皮爾森相關係數 (Pearson's correlation coefficient r) 與皮爾曼等級相關係數 (Spearman's rank correlation coefficient r_s)。

(一)試畫出 (X, Y) 之散布圖，並試計算 r 與 r_s 。(10 分)

(二)試刪去本數據中之離群子後，重新計算 r 與 r_s 。(5 分)

(三)試問 r 與 r_s 何者容易受離群子影響？(5 分)

四、甲公司之零件製造部門有三台機器，輪流由五名員工（ABCDE）負責操作。李主任擬研究不同機器以及不同員工之生產量是否不同。以下是隨機抽取之生產量資料：

	機器一	機器二	機器三
員工 A	31	25	35
員工 B	33	26	33
員工 C	28	24	30
員工 D	30	29	28
員工 E	28	26	27

(一)試寫出 ANOVA 表（Analysis of Variance Table）。（5 分）

(二)在顯著水準 0.05 下，試檢定不同機器之生產量是否不同。（5 分）

(三)在顯著水準 0.05 下，試檢定不同員工之生產量是否不同。（5 分）

(四)試寫出模型假設。（5 分）

五、乙公司從2018年第一季至2020年第四季之銷售量如下表所示：

	第一季	第二季	第三季	第四季
2018	1,600	2,500	2,800	2,970
2019	2,100	3,100	3,650	3,350
2020	2,250	3,250	3,840	3,860

假設該公司近年第一至四季的季節指數分別為 74.720、103.978、123.761、97.540。

(一)試計算去除季節因子之銷售量。（5 分）

(二)考慮簡單線性模型 $y_t = \alpha + \beta t + e_t$ ，試求出去除季節因子之銷售量的趨勢估計式，並在 0.05 顯著水準下檢定斜率是否為零。（10 分）

(三)試預測 2021 年第一至四季之銷售量。（5 分）