

類 科：統計
科 目：迴歸分析
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、某地區房屋成交紀錄包括了房價及坪數等資訊共 70 筆，以坪數為預測變數，簡單線性迴歸預測房價的殘差顯示，變異數並不是常數，如圖 1-1：

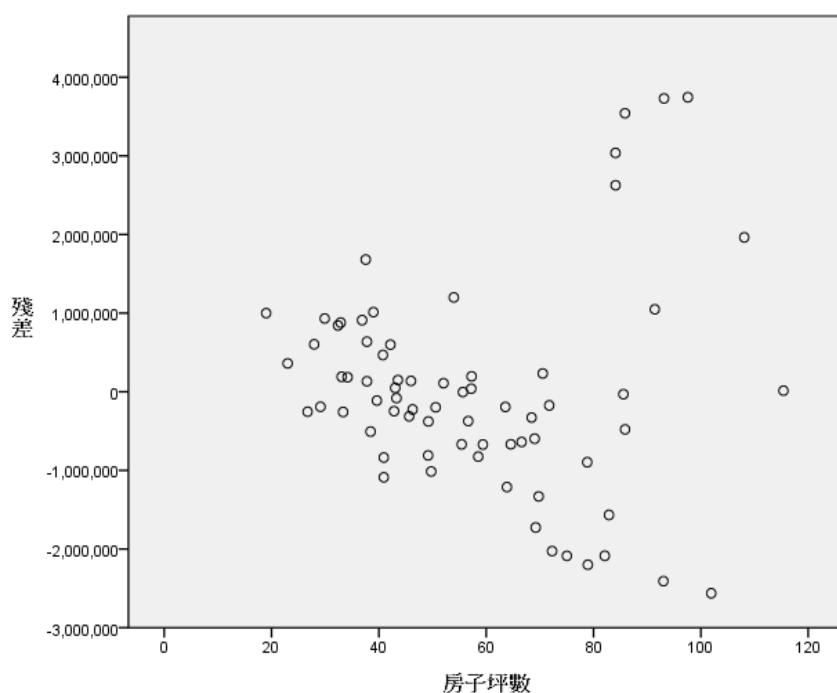


圖1-1轉換前殘差圖

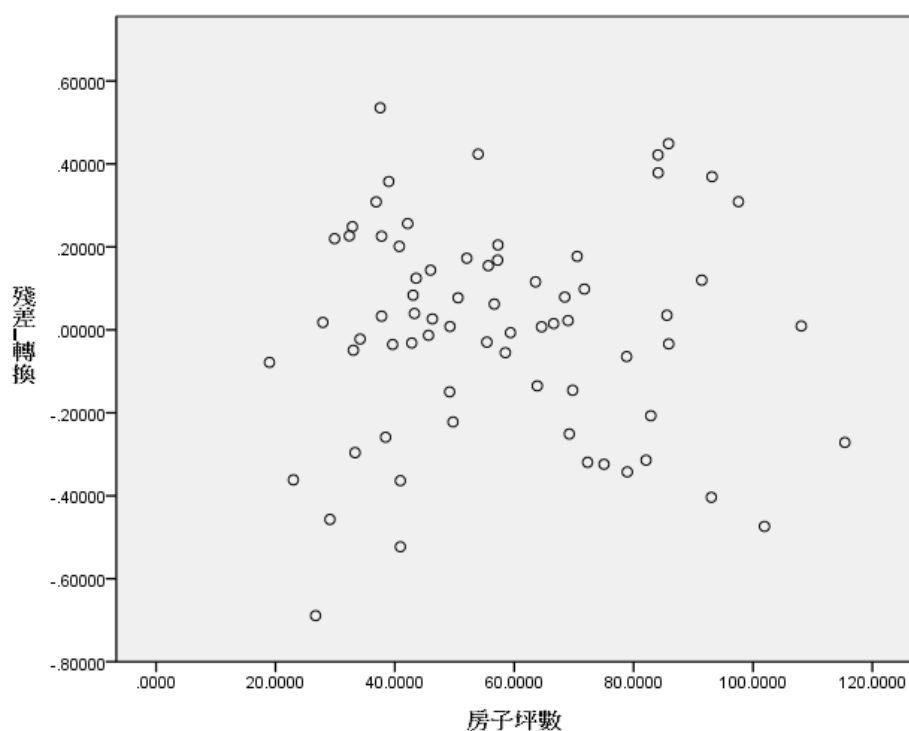


圖1-2轉換後殘差圖

將資料依房價排序後，每5筆計算房價平均數及標準差，並分別取其自然對數（LN）值，共14筆，其敘述性統計及相關係數如表1-1a、1-1b。

表 1-1a 敘述統計

	個數	平均數	標準差
房子坪數	70	57.7	22.5
房價	70	4197207.0	2574255.1
平均房價	14	6191190.0	3441255.7
房價標準差	14	3383348.3	2156645.7
LN(平均房價)	14	15.471	.640
LN(房價標準差)	14	14.809	.729
有效的 N(完全排除)	14		

表 1-1b 相關

		房子 坪數	房價	平均 房價	房價 標準差	LN(平均 房價)	LN(房價 標準差)
房子坪數	Pearson 相關 個數	1 70	.859** 70	.379 14	.279 14	.469 14	.368 14
房價	Pearson 相關 個數	.859** 70	1 70	.975** 14	.772** 14	.984** 14	.803** 14
平均房價	Pearson 相關 個數	.379 14	.975** 14	1 14	.766** 14	.951** 14	.785** 14
房價標準差	Pearson 相關 個數	.279 14	.772** 14	.766** 14	1 14	.779** 14	.973** 14
LN (平均房價)	Pearson 相關 個數	.469 14	.984** 14	.951** 14	.779** 14	1 14	.811** 14
LN (房價標準差)	Pearson 相關 個數	.368 14	.803** 14	.785** 14	.973** 14	.811** 14	1 14

**在顯著水準為 0.01 時（雙尾），相關顯著。

運用上述資訊，Box-Cox 轉換函數進行房價轉換後，以坪數預測房價轉換的殘差，如圖 1-2，迴歸模式的變異數分析表及係數預測的推論如表 1-2a、表 1-2b。

表 1-2a Anova^a

模式	平方和	df	平均平方和	F	顯著性
1 迴歸	17.418	1	17.418	262.236	.000 ^b
殘差	4.517	68	.066		
總數	21.935	69			

a.依變數：房價轉換

b.預測變數：（常數），房子坪數

表 1-2b 係數^a

模式	未標準化係數		標準化 係數	t	顯著性	相關		
	B 之 估計值	標準 誤差	Beta 分配			零階	偏	部分
1 (常數)	13.803	.085		161.874	.000			
房子 坪數	.022	.001	.891	16.194	.000	.891	.891	.891

a.依變數：房價轉換

- (一)請運用表 1-1a、1-1b 的資訊，說明將使用的統計方法，並提出您建議的 Box-Cox 轉換函數為何？（20 分）
- (二)轉換後的模式適切性，有那些假設需要驗證？圖 1-2 可以驗證那一項假設？（10 分）
- (三)假設轉換後的模式適切性完全符合，請運用表 1-2a、表 1-2b 的資訊，寫出房子坪數對房價轉換的預測模式，並依照您在第(一)題的建議，改寫出房子坪數對於房價的預測模式，並說明坪數每增加一單位對房價的影響。（10 分）

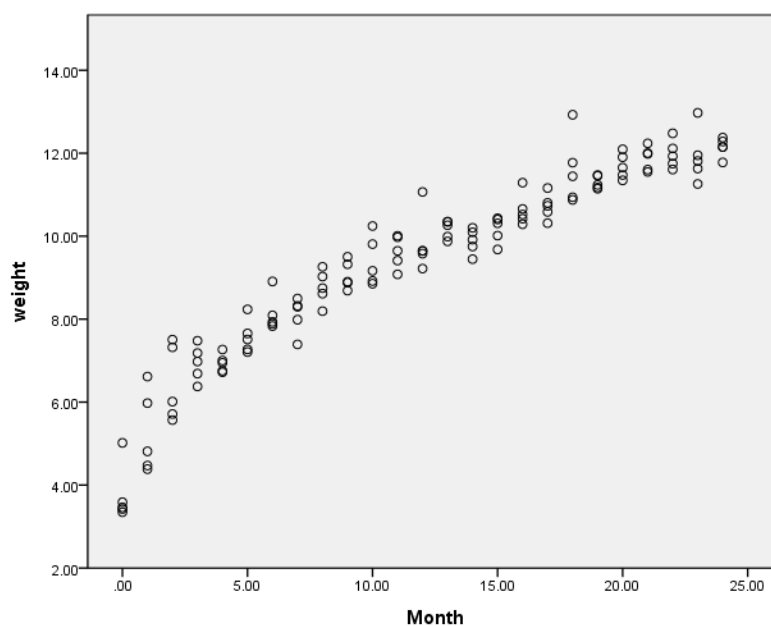
二、某研究團隊隨機觀察兩歲內男童的月齡（Month）與體重（weight）的數據共 125 筆，0~24 月齡各 5 筆。月齡 vs 體重的散布圖如下。研究團隊考慮以月齡的 4 次多項式迴歸模式來預測體重。預測變數為中心化月齡（ $x = \text{Month}_c = \text{Month} - \text{mean}(\text{Month})$ ），考慮一~四次多項式模式，如下：

$$\text{M1: weight} = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

$$\text{M2: weight} = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \varepsilon$$

$$\text{M3: weight} = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3 + \varepsilon$$

$$\text{M4: weight} = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3 + \beta_4 x^4 + \varepsilon$$



各模式的變異數分析表如下：

ANOVA							係數						
		平方和	df	平均平方和	F	顯著性			未標準化係數 B 之估計值	標準化係數 標準誤	Beta 分配	t	顯著性
M1	迴歸	567.658	1	567.658	1008.633	.000	M1	Month_c	.296	.009	.944	31.759	.000
	殘差	69.224	123	.563				(常數)	9.356	.067		139.427	.000
	總數	636.883	124										
M2	迴歸	594.740	2	297.870	862.311	.000	M2	Month_c	.296	.007	.944	41.028	.000
	殘差	42.143	122	.345				Month_c ²	-.010	.001	-.210	-9.125	.000
	總數	636.883	124					(常數)	9.887	.078		126.726	.000
M3	迴歸	601.539	3	200.513	686.460	.000	M3	Month_c	.227	.017	.724	13.446	.000
	殘差	35.344	121	.292				Month_c ²	-.010	.001	-.210	-9.805	.000
	總數	636.883	124					Month_c ³	.001	.000	.240	4.456	.000
M4	迴歸	605.486	4	151.371	578.540	.000		(常數)	9.887	.073		136.166	.000
	殘差	31.397	120	.262			M4	Month_c	.227	.016	.724	14.207	.000
	總數	636.883	124					Month_c ²	.003	.003	.058	.802	.424
								Month_c ³	.001	.000	.240	4.708	.000
								Month_c ⁴	-9.787E-05	.000	-.279	-3.884	.000
								(常數)	9.685	.086		112.476	.000

- (一)在 5%的顯著水準下，請依序檢定下列虛無假說， $H_{02} : \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$ 、 $H_{03} : \beta_3 = \beta_4 = 0$ 、 $H_{04} : \beta_4 = 0$ ，直到不拒絕 H_{0i} ，以確定多項式迴歸模式的最高次為何。(30 分)(提示：若拒絕 H_{0i} , for all $i \leq a$ ，且不拒絕 H_{0i} , for all $i > a$ ，則多項式模式最高次為 a)
- (二)請根據上述結果寫出多項式預測模式，並預測月齡為 10 月的男童體重，假設月齡為 10 月的男童體重估計變異數為 $s^2(\hat{Y}) = 0.298$ ，請求出該男童體重的 95%預測區間。(15 分)
- (三)由於每個月齡都有 5 筆資料，純誤差平方和 (pure error sum of square, SSPE) 為 25.54，請根據(一)的結果，在 5%的顯著水準下，完成該模式適合度檢定 (test for lack of fit)。(15 分)

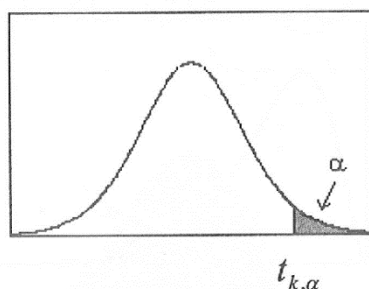
附表

F分配的百分位點 分子自由度													F _{0.05} v ₁ , v ₂							
v ₂ \ v ₁	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞	
1	161.45	199.50	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77	238.88	240.54	241.88	243.91	245.95	248.01	249.05	250.10	251.14	252.20	253.25	254.31	
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.40	19.41	19.43	19.45	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49	19.50	
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53	
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63	
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.37	
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67	
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23	
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93	
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71	
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54	
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40	
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30	
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21	
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13	
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07	
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01	
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96	
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92	
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88	
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84	
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81	
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78	
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76	
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73	
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71	
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69	
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67	
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65	
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64	
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62	
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51	
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39	
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25	
∞	3.84	3.00	2.61	2.37	2.22	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.40	1.32	1.22	1.00	

分母自由度

t分配表

$$P(t_k \geq t_{k,\alpha}) = \alpha$$



自由度	單尾顯著水準						
	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0025	0.001
1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567	127.3213	318.3088
2	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248	14.0890	22.3271
3	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409	7.4533	10.2145
4	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041	5.5976	7.1732
5	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321	4.7733	5.8934
6	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074	4.3168	5.2076
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995	4.0293	4.7853
8	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554	3.8325	4.5008
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	3.6897	4.2968
10	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	3.5814	4.1437
11	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058	3.4966	4.0247
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545	3.4284	3.9296
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123	3.3725	3.8520
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768	3.3257	3.7874
15	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467	3.2860	3.7328
16	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208	3.2520	3.6862
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982	3.2224	3.6458
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784	3.1966	3.6105
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.1737	3.5794
20	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453	3.1534	3.5518
21	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314	3.1352	3.5272
22	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188	3.1188	3.5050
23	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073	3.1040	3.4850
24	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969	3.0905	3.4668
25	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874	3.0782	3.4502
26	1.3150	1.7056	2.0555	2.4786	2.7787	3.0669	3.4350
27	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707	3.0565	3.4210
28	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633	3.0469	3.4082
29	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564	3.0380	3.3962
30	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500	3.0298	3.3852
35	1.3062	1.6896	2.0301	2.4377	2.7238	2.9960	3.3400
40	1.3031	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045	2.9712	3.3069
45	1.3006	1.6794	2.0141	2.4121	2.6896	2.9521	3.2815
50	1.2987	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778	2.9370	3.2614
60	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603	2.9146	3.2317
70	1.2938	1.6669	1.9944	2.3808	2.6479	2.8987	3.2108
80	1.2922	1.6641	1.9901	2.3739	2.6387	2.8870	3.1953
90	1.2910	1.6620	1.9867	2.3685	2.6316	2.8779	3.1833
100	1.2901	1.6602	1.9840	2.3642	2.6259	2.8707	3.1737
200	1.2858	1.6525	1.9719	2.3451	2.6006	2.8385	3.1315
300	1.2844	1.6499	1.9679	2.3388	2.5923	2.8279	3.1176
400	1.2837	1.6487	1.9659	2.3357	2.5882	2.8227	3.1107
500	1.2832	1.6479	1.9647	2.3338	2.5857	2.8195	3.1066
600	1.2830	1.6474	1.9639	2.3326	2.5840	2.8175	3.1039
700	1.2828	1.6470	1.9634	2.3317	2.5829	2.8160	3.1019
800	1.2826	1.6468	1.9629	2.3310	2.5820	2.8148	3.1005
900	1.2825	1.6465	1.9626	2.3305	2.5813	2.8140	3.0993
1000	1.2824	1.6464	1.9623	2.3301	2.5808	2.8133	3.0984