

大學入學考試中心

106 學年度指定科目考試試題

數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：• 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。

- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
- 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A，B，C，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\frac{3}{8}$ 與第 19 列的 $\frac{8}{8}$ 畫記，如：

18	1	2	<input checked="" type="text" value="3"/>	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19	1	2	3	4	5	6	7	<input checked="" type="text" value="8"/>	9	0	-	±

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案

卡的第 20 列的 $\frac{-7}{50}$ 與第 21 列的 $\frac{7}{50}$ 畫記，如：

20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	<input checked="" type="text" value="-"/>	±
21	1	2	3	4	5	6	<input checked="" type="text" value="7"/>	8	9	0	-	±

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 74 分）

一、單選題（占 18 分）

說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 設 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 為實係數多項式函數。若 $f(1) = f(2) = 0$ 且 $f(3) = 4$ ，則 $a + 2b + c$ 的值是下列哪一個選項？

- (1) 1
- (2) 2
- (3) 3
- (4) 4
- (5) 5

2. 下列哪一個選項的值最大？

- (1) $\log_2 3$
- (2) $\log_4 6$
- (3) $\log_8 12$
- (4) $\log_{16} 24$
- (5) $\log_{32} 48$

3. 有一個不公平的骰子，投擲一次出現 1 點的機率與出現 3 點的機率之和是 0.2，出現 2 點的機率與出現 4 點的機率之和是 0.4，出現 5 點的機率與出現 6 點的機率之和是 0.4。試選出正確的選項。
- (1) 出現 1 點的機率是 0.1
 - (2) 出現 4 點的機率大於出現 3 點的機率
 - (3) 出現偶數點的機率是 0.5
 - (4) 出現奇數點的機率小於 0.5
 - (5) 投擲點數的期望值至少是 3

二、多選題（占 32 分）

說明：第 4 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 考慮實數 a, b, c ，其中 $a \neq 0$ 。令 Γ 為 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形。試選出正確的選項。
- (1) 若 $a > 0$ ，則 Γ 會通過第一象限
 - (2) 若 $a < 0$ ，則 Γ 會通過第一象限
 - (3) 若 $b^2 - 4ac > 0$ ，則 Γ 會通過第一象限
 - (4) 若 $c > 0$ ，則 Γ 會通過第一象限
 - (5) 若 $c < 0$ ，則 Γ 會通過第一象限

5. 設 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 是一公比為 $\frac{1}{2}$ 的無窮等比數列且 $a_1 = 1$ 。試問以下哪些數列會收

斂？

(1) $-a_1, -a_2, \dots, -a_n, \dots$

(2) $a_1^2, a_2^2, \dots, a_n^2, \dots$

(3) $\sqrt{a_1}, \sqrt{a_2}, \dots, \sqrt{a_n}, \dots$

(4) $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \dots, \frac{1}{a_n}, \dots$

(5) $\log a_1, \log a_2, \dots, \log a_n, \dots$

6. 坐標平面上， Γ_1 為 $y = \log_2 x$ 的圖形， Γ_2 為 $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 的圖形。下列關於 Γ_1 與 Γ_2 的

敘述，試選出正確的選項。

(1) Γ_1 的圖形凹口向下

(2) Γ_2 的圖形凹口向下

(3) Γ_1 的圖形均在 x 軸的上方

(4) Γ_2 的圖形均在 y 軸的右方

(5) Γ_1 與 Γ_2 恰交於一點

7. 小明參加某次國文、英文、數學、自然、社會五個科目的測驗，每一科的分數均為 0~100 分。已知小明國英數三科的分數分別為 75, 80, 85 分。試問下列哪些選項會讓小明五科成績的平均不低於 80 分且五科標準差不大於 5 分？

(註：標準差 $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}$ ，其中 μ 為平均數。)

- (1) 自然 75 分，社會 80 分
- (2) 自然與社會兩科皆 80 分
- (3) 自然與社會的平均 85 分
- (4) 自然與社會兩科之和不低於 160 分且兩科差距不超過 10 分
- (5) 自然與社會兩科的分數都介於 80 與 82 分之間

三、選填題（占 24 分）

說明：第 A 至 C 題為選填題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (8-14)。每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 平面向量 $\vec{u}$ 和向量 $\vec{v}$ 互相垂直，且 $\vec{u} - \vec{v} = (4, -7)$ 。若 $\vec{u}$ 的長度為 6，則 $\vec{v}$ 的長度

為 $\sqrt{\textcircled{8} \textcircled{9}}$ 。

B. 不等式 $x+y \leq 47$ 的所有非負整數解中，滿足 $x \geq y$ 的解共有 ⑩ ⑪ ⑫ 組。

C. 坐標平面上，有兩點 $A(4,-1)$ 與 $B(-2,2)$ 。已知點 $C(x,y)$ 滿足聯立不等式 $x+2y \geq 2$ 、 $x-y \geq -4$ 、 $y \leq 8$ 以及 $3x+y \leq 23$ ，則當 C 點坐標為(⑬ , ⑭)時， $\triangle ABC$ 有最大的面積。

— — — — — 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 — — — — —

第貳部分：非選擇題（占 26 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號(一、二)與子題號((1)、(2))，同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一、某縣縣政府每週五對全縣居民發放甲、乙兩種彩券，每位居民均可憑身分證免費選擇領取甲券一張或乙券一張。根據長期統計，上週選擇甲券的民眾會有 85%在本週維持選擇甲券、15%改選乙券；而選擇乙券的民眾會有 35%在本週改選甲券、65%維持乙券。所謂穩定狀態，係指領取甲券及乙券的民眾比例在每週均保持不變。

(1) 試寫出描述上述現象的轉移矩陣。（5 分）

(2) 試問領取甲券和乙券民眾各占全縣居民百分比多少時，會形成穩定狀態？
（8 分）

背面尚有試題

二、袋中有紅色代幣 4 枚、綠色代幣 9 枚、以及藍色代幣若干枚。每一枚紅色、綠色、藍色代幣分別可兌換 50 元、20 元及 10 元。現從袋中取出代幣，每一枚代幣被取出的機率均等。設隨機變數 X 代表取出 1 枚代幣可兌換的金額（單位：元）；隨機變數 Y 代表一次取出 2 枚代幣可兌換的金額（單位：元）。已知 X 的期望值為 20。

- (1) 試問藍色代幣有多少枚？（5 分）
- (2) 試問 $Y \leq 50$ 的機率 $P(Y \leq 50)$ 為何？（8 分）