

109年專門職業及技術人員高等考試建築師、32類科技師
(含第二次食品技師)、大地工程技師考試分階段考試
(第二階段考試)暨普通考試不動產經紀人、記帳士考試、
109年第二次專門職業及技術人員特種考試驗光人員考試試題

等 別：高等考試

類 科：電子工程技師

科 目：工程數學（包括線性代數、微分方程、向量分析、複變函數與機率）

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、求 $y'' - \frac{2x}{1+x^2}y' + \frac{2}{1+x^2}y = 0$ 的通解 (general solution)，其中已知 $y = x$ 為該微分方程式的一個解。(15 分)

二、令 $y = \int_0^{\infty} e^{-(t^2 + \frac{x^2}{t^2})} dt$ ，求 $y(2)$ 為何值？提示： y 對 x 微分可得一微分方程式，

$$\text{且 } \int_0^{\infty} e^{-t^2} dt = \frac{1}{2}\sqrt{\pi} \text{。 (10 分)}$$

三、求 $\frac{s(s+2)}{s^2 + 4s + 13}$ 的反拉普拉斯轉換 (inverse Laplace transform)。(10 分)

四、若 $\ln(2+2i) = a + ib$ ，求 a 及 b （皆為實數）。(5 分)

五、讓 $\mathbf{v} = xy\hat{\mathbf{i}} - 4\hat{\mathbf{j}} + zy\hat{\mathbf{k}}$ ，求 $\oint_C \mathbf{v} d\mathbf{R}$ ，其中 C 為由 $\overline{AB}$ 及 $\overline{BD}$ 組成的線， $A=(0,1,0)$ ；
 $B=(2,0,1)$ ； $D=(3,2,1)$ 。(10 分)

六、曲線 C 的參數表示式為 $x=t^2$ ； $y=\frac{1}{2}t^2$ ； $z=t^2+3$ ，則從 $P_1=(0,0,3)$ 到
 $P_2=(1, \frac{1}{2}, 4)$ 弧線長 (arc length) 為何？(10 分)

七、隨機變數 X 其累積分布函數 (cumulative distribution function) 為

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x}{4}, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{3x}{4} - \frac{1}{2}, & 1 \leq x < 2 \\ 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

求機率 $P(1/2 \leq X \leq 3/2)$ 及 X 的期望值? (15分)

八、定義一線性轉換若 $L: R^2 \rightarrow R^3$ 為 $L(x_1, x_2) = [x_2 \quad x_1 + x_2 \quad x_1 - x_2]$, 求此線性轉換的矩陣表示式 (使用標準基底 (standard basis))。若輸入及輸出基

底分別為 $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ 及 $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$, 此線性轉換的矩陣表示式為

何? (15分)

九、 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = [u_1 \quad u_2 \quad u_3]$, 請以 u_1 為基礎的 Gram-Schmidt 正交化演算

法 (Orthogonalization Process) 找出其正交基底 (Orthogonal basis)。(10分)