代號：01240
頁次：4－1

109年專門職業及技術人員高等考試建築師、32類科技師（含第二次食品技師）、大地工程技師考試分階段考試（第二階段考試）暨普通考試不動產經紀人、記帳士考試、109年第二次專門職業及技術人員特種考試驗光人員考試試題

等　　別：高等考試
類　　科：電子工程技師
科　　目：通訊系統
考試時間：2小時　　座號：＿＿＿＿＿＿

※注意：㈠禁止使用電子計算器。
㈡不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。
㈢本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、對通訊系統作數學分析時，有時候會假設通道（channel）為加成式高斯白雜訊（additive white Gaussian noise, AWGN）通道。在符號上，將進入通道的訊號寫為 x(t)，它在通道中受到雜訊 w(t)的影響，然後出了通道在接收端收到的訊號則為 y(t)。

㈠請問 x(t)、w(t)、y(t)三者之間的關係為何？請以數學式子明確寫出。（3 分）

㈡請問 w(t)是否為廣義穩態（wide-sense stationary, WSS）的隨機程序（random process）？同時請描述所謂的廣義穩態指的是什麼。（4 分）

㈢在 t=0 的時候，w(t)的平均值（mean）為何？（3 分）

㈣請寫出 w(t)的自相關函數（auto-correlation function）的形式。（3 分）

㈤請寫出 w(t)的功率頻譜密度（power spectral density）函數的形式。（3 分）

二、本題考慮一些類比調變（analogue modulation）技術。假設 $x(t)$ 代表訊息訊號（message signal），載波訊號（carrier signal）則以 $A\cos(\omega_c t)$ 表示。考慮如下所示五個訊號：

$s_1(t) = Ax(t)\cos(\omega_c t)$

$s_2(t) = A\cos(\omega_c t + a\,x(t))$（a 為常數）

$s_3(t) = A\left(1 + b\,x(t)\right)\cos(\omega_c t)$（b 為常數，$0 < b \times M < 1$，其中 M 為 $|x(t)|$ 之最大值）

$s_4(t) = A\,(x(t)\cos(\omega_c t) - \hat{x}(t)\sin(\omega_c t))$（$\hat{x}(t)$ 為 $x(t)$ 之希爾伯特轉換（Hilbert transform））

$s_5(t) = A\cos(\omega_c t + d\int_0^t x(y)dy)$（d 為常數）

㈠上面五個訊號，對應到如下所示的五個調變：

Ⓐ單旁帶／載波抑制調幅（Single-Sideband/Suppressed Carrier AM），

Ⓑ雙旁帶／載波抑制調幅（Double-Sideband/Suppressed Carrier AM），

Ⓒ雙旁帶／完全載波調幅（Double-Sideband/Full Carrier AM），

Ⓓ調頻（frequency modulation），

Ⓔ調相（phase modulation）。

請指出它們是如何作對應（五個對應全部答對才有得分）。（4 分）

㈡五種調變中，那一個所需使用的頻寬（bandwidth）最小？（3 分）

㈢五種調變中，那一個的解調（demodulation）電路最簡單？它所付出的代價為何？（4 分）

㈣如果 $x(t) = \cos(\omega_0 t)$，那麼 $\hat{x}(t) = ?$（3 分）

㈤如果 $x(t) = \sin(\omega_0 t)$，那麼 $\hat{x}(t) = ?$（3 分）

三、考慮一個二元調變（binary modulation）機制，在其中資料位元（data bit）0 與 1 分別以如下所示的 $s_0(t)$與 $s_1(t)$訊號來對應：

$$s_0(t)=\sqrt{\mathrm{E}_b}\sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2\pi f_0 t),\ 0<t<T$$

$$s_1(t)=\sqrt{\mathrm{E}_b}\sqrt{\frac{2}{T}}\cos(2\pi f_1 t),\ 0<t<T$$

其中 T 為位元時長（bit duration）。在此假設訊號的傳輸通道為加成式高斯白雜訊（AWGN）通道，其中雜訊的雙邊功率頻譜密度（two-sided power spectral density）為 $\frac{N_0}{2}$（換言之，單邊功率頻譜密度（single-sided power spectral density）為 N_0）。

㈠此調變機制屬於下列選項其中的那一個：Ⓐ BPSK（binary phase shift keying），Ⓑ BFSK（binary frequency shift keying），Ⓒ BASK（binary amplitude shift keying）？（3 分）

㈡請畫出此調變機制的同調解調（coherent demodulation）器。（7 分）

㈢為達到同調解調時，$s_0(t)$ 與 $s_1(t)$ 兩個訊號之間的正交性（orthogonality），f_0 與 f_1 兩個頻率有一個最小間隔之限制，請問此最小頻率間隔值為何？（答案請以 E_b、T、f_0、f_1、N_0 等參數表示之）（5 分）

㈣請寫出此同調解調器所對應的位元錯誤率（bit error rate）。答案請以 co-error 或類似函數（例如 Q，erf 或 erfc 等）與 E_b、T、f_0、f_1、N_0 等參數表示之。（5 分）

四、針對無線（wireless）傳輸通道，時常以如下的數學模型來描述：$\mathrm{r(t)=g\times s(t)+n(t)}$，其中 s(t)、r(t)、n(t)與 g 分別為傳送訊號（transmitted signal）、接收訊號（received signal）、雜訊（noise）與衰減因子（fading factor）。有一個常見的作法是把g當作萊利（Rayleigh）隨機變數（random variable），並且用這樣子的方式來產生：$\mathrm{g}=\sqrt{\mathrm{X}^2+\mathrm{Y}^2}$，其中 X 和 Y 是平均值（mean）為 0、方差（variance）為σ^2、兩者獨立（independent）的高斯（Gaussian）隨機變數。

㈠請寫出 X 的機率密度函數（probability density function）。（3 分）

㈡請寫出 g 的機率密度函數。（5 分）

㈢若是$\sigma=\frac{1}{\sqrt{2}}$，那麼 $\mathrm{E(g^2)}$=？（$\mathrm{E(g^2)}$表示 $\mathrm{g^2}$ 的期望值（expectation））（4 分）

五、有一個資訊源（information source），它會傳送出去的訊符（symbol），包括有 $x_k, k=1,2,\ldots,7$ 等 7 種，而且傳送 x_k 的機率為 p_k。假設 p_k 的數值如下所示：$p_1=\frac{3}{32}$、$p_2=\frac{1}{32}$、$p_3=\frac{5}{32}$、$p_4=\frac{2}{32}$、$p_5=\frac{10}{32}$、$p_6=\frac{4}{32}$、$p_7=\frac{7}{32}$。

㈠請計算此資訊源的熵值（entropy）。請將熵值的衡量單位以位元（bits）來表示－也就是說，當你作相關的對數計算時，請以 2 為底。（7 分）

附註：你可能會需要這些數值：$\log_2(3)\cong 1.585$、$\log_2(5)\cong 2.322$、$\log_2(7)\cong 2.807$。

㈡請以霍夫曼編碼（Huffman coding）來對此資訊源作編碼，使其平均碼長（average code-length）盡量小。（7 分）

㈢經過霍夫曼編碼之後，此資訊源的平均碼長之數值為何？（3 分）

六、在本問題中將探討通訊鏈結預算之分析（link budget analysis）。假設有一艘太空船對著地球傳送電波，傳送功率為 1 瓦特；太空船的天線增益（gain）為 10 dB，在地球上做訊號接收的碟形天線之增益為 50 dB；在傳送過程中訊號衰減了 180 dB。假設在接收端等效的熱雜訊（thermal noise）之雜訊溫度（noise temperature）為絕對溫度 300°K；以 N_0 代表此雜訊的單邊功率頻譜密度（single-sided power spectral density）。

㈠在地球上所收到的訊號之功率為何？（6 分）

㈡請算出 N_0 的數值。（6 分）

附註：其中要波茲曼常數（Boltzmann's constant）：$k=1.38\times 10^{-23}$ watt-sec/K

㈢以 E_b 代表在接收端所收到的一個位元之能量。若要求 $\frac{E_b}{N_0}$ 須達到 7 dB 以上，那麼在此通訊傳輸場景中，可以容許的最大傳輸速率為何？（6 分）