

等 別：四等考試

類 科：統計

科 目：統計學概要

考試時間：1 小時 30 分

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

註：本試題可能使用之查表值如下：

1. $\chi^2_\alpha(n)$ (具有自由度 n 之卡方分配之第 $100(1-\alpha)$ 分位數)：

$$\chi^2_{0.025}(3) = 9.3483, \quad \chi^2_{0.975}(3) = 0.2158, \quad \chi^2_{0.025}(4) = 11.1433, \quad \chi^2_{0.975}(4) = 0.4844$$

$$\chi^2_{0.025}(8) = 17.5345, \quad \chi^2_{0.975}(8) = 2.1797, \quad \chi^2_{0.025}(9) = 19.0228, \quad \chi^2_{0.975}(9) = 2.7004$$

2. $F_\alpha(m, n)$ (具有自由度 (m, n) 之 F 分配之第 $100(1-\alpha)$ 分位數)：

$$F_{0.025}(3, 8) = 5.42 \quad F_{0.975}(3, 8) = 0.0688$$

$$F_{0.025}(4, 9) = 4.72 \quad F_{0.975}(4, 9) = 0.1124$$

一、由兩組具有常態分配且相互獨立之母體 (分別稱為母體 I，母體 II) 分別抽出樣本數為 $n_1 = 9$ ， $n_2 = 4$ 之兩組隨機樣本。(每小題 10 分，共 20 分)(一)若已知母體 I 的變異數 σ_1^2 之 95% 信賴區間為 $[11.4061, 91.7557]$ ，母體 II 的變異數 σ_2^2 之 95% 信賴區間為 $[5.1346, 222.4282]$ 。請求出兩母體標準差比 $\frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ 之 95% 信賴區間。(二)根據上述條件，請以顯著水準 $\alpha = 0.05$ 檢定兩母體變異數是否相等。二、設 $X_1, X_2, \dots, X_7$ 為抽自具有常態分配 $N(0, \sigma^2)$ 之一組隨機樣本。(每小題 10 分，共 20 分)(一)請求出 c 值以使 $c(X_1 + X_2 + X_3) / \sqrt{X_4^2 + X_5^2 + X_6^2 + X_7^2}$ 具有 t 分配。(二)請求出 d 值以使 $d(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2) / (X_4^2 + X_5^2 + X_6^2 + X_7^2)$ 具有 F 分配。

三、一盒中置有 4 顆大小、形狀、重量完全相同的球，其中有 3 顆紅球、1 顆白球。(每小題 10 分，共 30 分)

(一)若以不歸還方式由此盒依次隨機抽出 3 顆，令 $\hat{P}$ 表樣本中白球之比率。請求出 $\hat{P}$ 大於 0.3 之機率，即 $\Pr[\hat{P} > 0.3]$ 。(二)若以不歸還方式由此盒依次隨機抽出 3 顆，令變數 X 代表前 2 顆球之紅球顆數，變數 Y 代表最後 1 顆球之白球顆數，請求出 X 與 Y 之共變異數 $\text{Cov}(X, Y)$ 。(三)若以歸還方式由此盒隨機抽出 3 顆，令 $\hat{P}$ 表樣本中白球之比率。請求出 $\hat{P}$ 之變異數 $\text{Var}(\hat{P})$ 。四、由具有分配為 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{9}x^2, & 0 < x < 3 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 之母體抽出一組樣本數為 3 之隨機樣本 X_1, X_2, X_3 。令 $\max\{X_1, X_2, X_3\}$ 及 $\min\{X_1, X_2, X_3\}$ 分別代表此組隨機樣本中最大和最小值，令變數 $R = \max\{X_1, X_2, X_3\} - \min\{X_1, X_2, X_3\}$ 代表全距。(每小題 10 分，共 30 分)(一)請求出機率 $\Pr[\min\{X_1, X_2, X_3\} < 2]$ 。(二)請求出機率 $\Pr[\min\{X_1, X_2, X_3\} > 1, \max\{X_1, X_2, X_3\} < 2]$ 。(三)請求出變數 R 之期望值，即 $E(R)$ 。