

大學入學考試中心
九十六學年度指定科目考試試題
數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：第壹部分請用 2B 鉛筆在答案卡之「解答欄」內劃記。修正時應以橡皮擦拭，請勿在答案卡上使用修正液。

第貳部分作答於「非選擇題答案卷」，請在規定之欄位以較粗的黑色或藍色原子筆、鋼珠筆或中性筆作答，並標明題號。

第壹部分作答示例：請仔細閱讀下面的例子。

(一) 單選題及多選題：只用 1, 2, 3, 4, 5 等五個格子，而不需要用到 -, ±, 以及 6, 7, 8, 9, 0 等格子。

例：若第 1 題為單選題，選項為(1)3 (2)5 (3)7 (4)9 (5)11，而正確的答案為 7，亦即選項(3)時，考生要在答案卡第 1 列的 ☐³ 劃記（注意不是 7），如：

解 答 欄												
1	☐ ¹	☐ ²	☒ ³	☐ ⁴	☐ ⁵	☐ ⁶	☐ ⁷	☐ ⁸	☐ ⁹	☐ ⁰	☐ ⁻	☐ [±]

例：若第 5 題為多選題，正確選項為(1)與(3)時，考生要在答案卡的第 5 列的 ☐¹ 與 ☐³ 劃記，如：

5	☒ ¹	☐ ²	☒ ³	☐ ⁴	☐ ⁵	☐ ⁶	☐ ⁷	☐ ⁸	☐ ⁹	☐ ⁰	☐ ⁻	☐ [±]
---	--	---------------------------------------	--	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------------------------------

(二) 選填題的題號是 A, B, C, ..., 而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 ☐⁻ 與第 21 列的 ☐⁷ 劃記，如：

20	☐ ¹	☐ ²	☐ ³	☐ ⁴	☐ ⁵	☐ ⁶	☐ ⁷	☐ ⁸	☐ ⁹	☐ ⁰	☒ ⁻	☐ [±]
21	☐ ¹	☐ ²	☐ ³	☐ ⁴	☐ ⁵	☐ ⁶	☒ ⁷	☐ ⁸	☐ ⁹	☐ ⁰	☐ ⁻	☐ [±]

祝考試順利

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共佔 74 分）

一、單選題（18分）

說明：第 1 至 3 題為單選題，每題選出一個最適當的選項，劃記在答案卡之「解答欄」。
每題答對得6分，答錯或劃記多於一個選項者倒扣1.5分，倒扣到本大題之實得分數為零為止。未作答者，不給分亦不倒扣分數。

1. 科學家測得南極上空臭氧層的破洞面積大約是2300萬平方公里，約相當於北美洲的面積。根據上述數據，估計地球的表面積，請選出最接近地球表面積的選項：

(1) 5×10^6 平方公里 (2) 5×10^7 平方公里 (3) 5×10^8 平方公里
(4) 5×10^9 平方公里 (5) 5×10^{10} 平方公里

2. 某地區12歲以上人口中吸煙的比率為28%。今將12歲以上人口區分為中老年、青壯年及青少年三類，所佔比率各為30%、45%及25%。已知中老年與青壯年人口中吸煙的比率各為25%與30%，請問青少年人口中吸煙的比率為多少？選出正確的選項：

(1) 24% (2) 28% (3) 32% (4) 36% (5) 40%

3. 中國古代流傳的一本數學書中有下面這段文字：（標點符號為現代人所加）
今有多數21，少數15，問等數幾何？草曰：置21於上，15於下，以下15除去上21，上餘6；又以上6除去下15，下餘3；又以下3除去上6，適盡。則下3為等數合問。

在上文中「等數」指的是：

(1) 兩數之和 (2) 兩數之差 (3) 兩數之積
(4) 兩數之商 (5) 兩數之最大公因數

二、多選題（32分）

說明：第 4 至 7 題，每題各有 5 個選項，其中至少有一個是正確的。選出正確選項，劃記在答案卡之「解答欄」。每題 8 分，各選項獨立計分，每答對一個選項，可得 1.6 分，每答錯一個選項，倒扣 1.6 分，完全答對得 8 分；整題未作答者，不給分亦不倒扣分數。在備答選項以外之區域劃記，一律倒扣 1.6 分。倒扣到本大題之實得分數為零為止。

4. 假設地面是一個可以無限延伸的平面，如果採用形狀大小一致的大理石地磚鋪在地面上，並且要求鋪設時地磚之間緊密連接不留空隙，試問可以採用哪一種形狀的地磚？請選出正確的選項：

- (1) 正三角形
- (2) 正方形
- (3) 圓形
- (4) 正五邊形
- (5) 正六邊形

5. 下面每一個選項都是以行列式表達坐標平面上的方程式，請問哪些選項代表橢圓？

(1)
$$\begin{vmatrix} x & y & x \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

(2)
$$\begin{vmatrix} x^2 & 2y^2 & x \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

(3)
$$\begin{vmatrix} x^2 & y^2 & 2x \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

(4)
$$\begin{vmatrix} x^2 + y^2 & y & x^2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

(5)
$$\begin{vmatrix} x^2 - y^2 & y & x \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

6. 假設 a, b 是整數，且 $b \neq 0$ 。已知 $c = \frac{a}{3} + \frac{b\sqrt{2}}{3}i$ 是實係數一元二次方程式

$x^2 + kx + 1 = 0$ 的一個解。請問下列哪些選項是正確的？

(1) $\frac{1}{c}$ 是上述方程式的另外一個解

(2) $\frac{1}{c} = \frac{a}{3} - \frac{b\sqrt{2}}{3}i$

(3) $c + \frac{1}{c} = k$

(4) k 一定是整數

(5) a 一定是奇數

7. x 代表實數，請選出正確的選項：

(1) 當 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 時， $\cos 2x$ 之值恆為正

(2) 當 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 時， $\sin 2x$ 之值恆為正

(3) 不論 x 為何， $\cos^2 x - \sin^2 x \leq \frac{1}{2}$ 恆成立

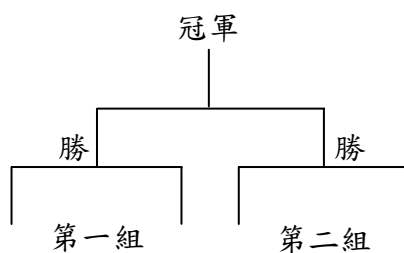
(4) 不論 x 為何， $\sin x \cos x \leq \frac{1}{2}$ 恆成立

(5) 不論 x 為何， $\sin x + \cos x \leq \frac{3}{2}$ 恆成立

三、選填題（24 分）

說明：A 至 C 各題為選填題，劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（8-14）內。每一題完全答對得 8 分，答錯不倒扣；未完全答對不給分。

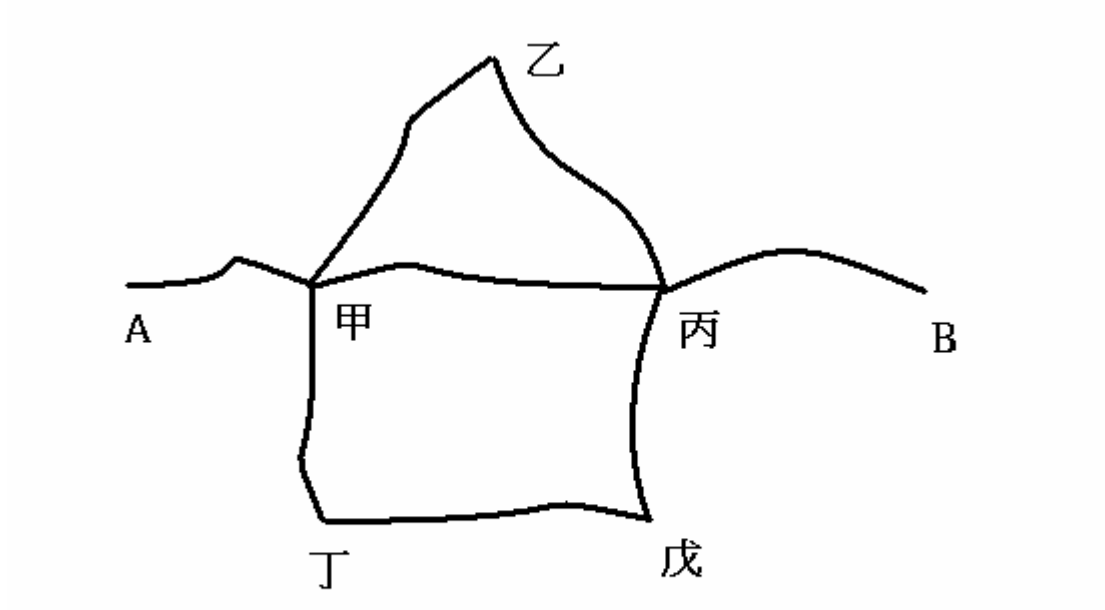
- A. 某棒球比賽有實力完全相當的甲乙丙丁四隊參加，先將四隊隨機抽籤分成兩組比賽，兩組的勝隊再參加冠亞軍決賽。如下圖：



根據過去的紀錄，所有隊伍比賽時各隊獲勝的機率均為 0.5。則冠亞軍決賽由甲、乙兩隊對戰的機率為 0.⑧ ⑨ ⑩（四捨五入到小數三位）。

- B. 平面上坐標皆為整數的點稱為格子點。我們將原點以外的格子點分層，方法如下：若 (a,b) 是原點 $(0,0)$ 以外的格子點，且 $|a|$ 和 $|b|$ 中最大值為 n ，則稱 (a,b) 是在第 n 層的格子點（例如 $(3,-4)$ 是在第 4 層； $(8,-8)$ 是在第 8 層）。則在第 15 層的格子點個數為 ⑪ ⑫ ⑬。

C. 如圖



A城到B城之間有甲、乙、丙、丁、戊五城，其間連結的道路如圖所示。今從A城出發走向B城，要求每條道路都要經過並且只經過一次，則總共有 14 種走法。

———以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷———

第貳部分：非選擇題（佔 26 分）

說明：本大題共有二題計算證明題，答案務必寫在答案卷上，並於題號欄標明題號（一、二），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分。每題配分標於題末。

一、某別墅有一個由四塊正方形的玻璃拼成的田字形窗戶，窗外路燈的光線(假設路燈是一個點光源)透過窗戶在地板上形成一個變形的田字形光影。在地板上建置一個直角坐標系，發現田字形光影外框的四個頂點的坐標分別為 $(-4,40)$ ， $(16,0)$ ， $(16,40)$ 和 $(28,16)$ 。求田字形窗戶的中心投影在地板上的坐標。(13 分)

二、設 r, s 為整數，已知整係數多項式 $x^3 + rx + s$ 的因式分解是 $x^3 + rx + s = (x + a)^2(x + b)$ ，其中 a, b 為相異實數，求證 a, b 都是有理數。(13 分)