

112年公務、關務人員升官等考試、112年
交通事業鐵路、港務人員升資考試試題

等 級：薦任
類科(別)：電信工程
科 目：通信與系統
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、Hilbert 轉換與 Fourier 轉換的關係：(每小題 5 分，共 20 分)

(一)試計算以下函數的反 Fourier 轉換：

$$H(f) = \begin{cases} e^{-\alpha f}, & f > 0 \\ -e^{\alpha f}, & f < 0 \end{cases}$$

(二)請利用第(一)小題的結果計算 $\text{sgn}(f)$ 的反 Fourier 轉換，其中：

$$\text{sgn}(f) = \begin{cases} 1, & f > 0 \\ 0, & f = 0 \\ -1, & f < 0 \end{cases}$$

(三)請說明 $x(t)$ 的 Hilbert 轉換的 Fourier 轉換、 $X(f)$ 與 $\text{sgn}(f)$ 之三者之間的關係，其中 $X(f)$ 為 $x(t)$ 的 Fourier 轉換。

(四)請利用第(三)小題的結果計算 $\cos(2\pi f_c t)$ 的 Hilbert 轉換。

二、關於 FM 調變與 PM 調變：

假設訊息訊號為 $m(t)$ 、調變係數 (modulation index) 為 β 、載波振幅為 A_c 與載波頻率為 f_c ，試回答下列問題：(每小題 5 分，共 20 分)

(一)試寫出 PM 調變的數學模型與畫出簡易傳輸器系統圖。

(二)請說明 FM 與 PM 調變的差異處。

(三)請說明如何利用 FM 解調器來解調 PM 的訊號。(可以加入適當的函數來完成題目)

(四)假設訊息訊號為 $\sin(2\pi f_m t)$ 。當 $\beta \ll 1$ ，試說明為什麼此時的 PM 訊號的數學表示式可以近似為：

$$A_c \cos 2\pi f_c t + \frac{A_c}{2} \beta (\cos(2\pi(f_c + f_m)t) - \cos(2\pi(f_c - f_m)t))$$

(提示：可以用泰勒展開式來展開 PM 訊號)

三、假設通道的轉移機率矩陣 (transition probability matrix) 為：

$$P(Y|X) = \begin{bmatrix} p(y_1|x_1) & p(y_2|x_1) \\ p(y_1|x_2) & p(y_2|x_2) \\ p(y_1|x_3) & p(y_2|x_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (一) 假設所有輸入機率都相同 ($p(x_1) = p(x_2) = p(x_3)$)，請算出通道輸出機率分布。(5 分)
- (二) 決定一個輸入機率分布使得通道輸出的機率都相同 ($p(y_1) = p(y_2)$)。(5 分)
- (三) 計算此通道的通道容量與在此時的輸入機率分布。(10 分)

四、假設傳輸訊號的數學表示式為：

$$s_i(t) = A \cos(2\pi f_c t + \frac{i\pi}{M}), 0 \leq t \leq T_s$$

其中 $i = 1, 2, \dots, 2M$

- (一) 試著幫這樣的傳輸訊號找出適當的訊號基底函數。(5 分)
- (二) 利用訊號基底函數來表示 $x(t)$ 。(5 分)
- (三) 試著推導此傳輸訊號在高斯白雜訊的通道環境中最佳之接收器，假設 $n(t)$ 為高斯白雜訊，則 $E\{n(t_1)n(t_2)\} = \frac{N_0}{2}\delta(t_1 - t_2)$ 。(10 分)

五、假設 H 為奇偶校驗矩陣：

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (一) 試問這樣的線性區塊碼的生成矩陣為何？(5 分)
- (二) 試問這樣的碼之所有碼字為何？(5 分)
- (三) 如果收得的訊號向量為 $[1110100]^T$ ，請問有沒有錯誤？如果有錯誤，是否可以修正？如果可以修正，請問修正後的結果為何？(10 分)