

類 科：工業工程

科 目：作業研究

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

- 一、某工廠使用某一機器生產兩種產品，此機器每週的產能為 40 小時。第一種產品的每單位利潤為 15 元，需使用 2 小時的機器時間，2 公斤的材料 A 與 1 公斤的材料 B；第二種產品的每單位利潤為 20 元，需使用 3 小時的機器時間，2 公斤的材料 A 與 2 公斤的材料 B。每週材料 A 與 B 的可用量各為 30 與 20 公斤。此工廠以最大化利潤為目標，列出下列數學模式以求解最佳產品生產組合：

最大化 $Z = 15x_1 + 20x_2$

受限於

$$2x_1 + 3x_2 \leq 40$$

$$2x_1 + 2x_2 \leq 30$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 20$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

- (一)試問 x_1, x_2 代表何意義？(2 分) 此模式能正確提供生產決策的假設為何？(8 分)
(二)試問兩種產品最佳每週的產量各為若干？總利潤為何？(10 分)
(三)若此工廠可以每公斤 3 元的價格增購無限量的材料 B，試問是否要購買？若要購買，則要購買多少量？新的總利潤為若干？(5 分)

- 二、產品 X 可經由下列 10 種機器組成的五種生產製程生產：

 $A \rightarrow B \rightarrow C, A \rightarrow D \rightarrow E, F \rightarrow G \rightarrow E, F \rightarrow I \rightarrow J \rightarrow E, H \rightarrow J \rightarrow E$

某工廠正好有這 10 種機器，想知道每天最多可生產多少個產品 X。下表為各機器每添的最大產量：

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
6	3	5	4	6	6	8	4	2	5

試將此問題以最大網路流量問題 (maximum flow problem) 表示之，不必求解。(10 分)

(請接背面)

類 科：工業工程
科 目：作業研究

三、某工廠可選兩種製程之一來生產兩種產品 A 與 B，下表為各製程生產一單位產品所需時間及每週產能：

	產品 A	產品 B	產能 (小時/週)	準備時間	準備成本
製程 1	3	5	120	5	680 元
製程 2	4	7	240	20	1000 元

若產品 A 與 B 的單位利潤各為 100 元與 150 元。為求利潤最大化，此工廠應選擇那一製程生產？產品 A 與 B 各生產多少？試將此問題以整數規劃問題 (integer programming) 表示之，不必求解。(15 分)

四、某商品在某一商店的每天需求為零的機率是 0.2，一個的機率是 0.4，兩個的機率是 0.3，三個的機率是 0.1。若有未滿足的需求，則缺貨候補。此商店的政策是當存貨低於 1 個時，則下訂單使其能於第二天有 2 個存貨可賣。

(一)若以 X_n 表示第 n 天關店時此商品的存貨水準，試說明 $\{X_n, n \geq 0\}$ 為一馬可夫鏈。(5 分)

(二)試建構此馬可夫鏈之一步轉移矩陣。(10 分)

(三)試求長期下，不需下訂單的比例。(10 分)

(四)若每訂購一次的成本為 10 元，持有此商品一個一天的成本為 1 元，缺貨候補的成本是一個 5 元，試求此存貨系統每天之期望成本。(10 分)

五、一生死過程 (birth-and-death process) 具有以下出生率及死亡率。出生率： $\lambda_0 = 1, \lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$, and $\lambda_n = 0$ for $n > 2$ ；死亡率： $\mu_1 = 1, \mu_2 = 2, \mu_3 = 2$, and $\mu_n = 2$ for $n > 3$ 。

(一)試建構此生死過程之轉移速率圖 (rate diagram)。(5 分)

(二)試列出此生死過程之平衡等式 (balance equations)。(5 分)

(三)試求解此生死過程之穩定狀態下之機率分配 (steady-state probability distribution)。(5 分)