

等 別：三等考試

類 科：統計

科 目：抽樣方法

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、請敘述問卷設計之原則。(15 分)

二、(一)何謂簡單隨機抽樣法？(5 分)

(二)設一有限母體中有 N 個元素，若自母體中以抽出不放回的抽樣方式，抽出 n 個簡單隨機樣本， $y_1, y_2, \dots, y_n$ ，請證明樣本平均數 $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$ 的變異數

$$Var(\bar{y}) = \frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{\sigma^2}{n} \quad (\sigma^2 \text{ 為母體變異數})。 (10 \text{ 分})$$

三、(一)臺灣自來水公司為了研究家戶用水行為，欲從家庭用水的水表資料檔中以抽樣方式抽出 1,000 戶來做家戶用水行為研究。在自來水公司的家庭水表資料檔中，各戶都有一個專門的水表號碼，也有每個月的用水度數。為了減低用水量多寡的用水行為差異，欲用用水度數分層，請敘述如何執行分層隨機抽樣。(5 分)

(二)分層隨機抽樣之每一層樣本大小的配置 (Allocation)，應注意那三項事情？(5 分)

(三)什麼時候需要採用雙重抽樣方法 (Double Sampling)？(5 分)

四、(一)若採用重複系統抽樣法 (Repeated Systematic Sampling)，在母體大小為 N 中抽出 n_s 個“ k' 取 1”的系統樣本，可得 n_s 個樣本大小為 n ($n = \frac{N}{k'}$) 的系統樣本。若第 i

個系統樣本為 $y_i, y_{i+k'}, \dots, y_{i+(n-1)k'}$ ，令 $\bar{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^n y_{ij}}{n}$ ，($i = 1, 2, \dots, n_s$) 為第 i 個系統樣本的平均數，請寫出母體平均數 μ 的估計公式？及母體平均數估計式的估計變異數 $\widehat{Var}(\hat{\mu})$ ？(10 分)

(二)若採用群集隨機抽樣法 (Cluster Sampling)，在母體大小為 M 中先分成 N 個群集 (cluster) (每一個群集之個數為 $m_1, m_2, \dots, m_N$ ， $M = \sum_{i=1}^N m_i$)，再以群集為抽樣單位，以簡單隨機抽樣法抽出 n 個群集為一群集樣本，稱為群集隨機樣本。若 y_i 表示第 i 個群集中變數值的總和，請寫出母體平均數 μ 的估計公式？及母體平均數估計式的估計變異數 $\widehat{Var}(\hat{\mu})$ ？(10 分)

(三)在何種條件下，題(一)及(二)所述兩種抽樣法之母體平均數的估計值公式會相同？(5 分)

(請接背面)

等 別：三等考試

類 科：統計

科 目：抽樣方法

五、在兩階段抽樣法中，第一階段先將母體分成 N 個抽樣單位，以簡單隨機抽樣法抽出 n 個抽樣單位，稱為第一抽樣單位。其次，將第一階段中的每一個抽樣單位分割成 $M_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 個抽樣單位，並從 n 個第一抽樣單位以簡單隨機抽樣法各抽出 $m_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 個抽樣單位 $(y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{im_i}, i = 1, 2, \dots, n)$ ，稱為第二抽樣單位，

$$M = \sum_{i=1}^N M_i, \quad \overline{M} = \frac{M}{N}, \quad \overline{y_i} = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} y_{ij}。$$

(一)在什麼情況下，兩階段抽樣法即為分層隨機抽樣法？(5 分)

(二)在什麼情況下，兩階段抽樣法即為群集隨機抽樣法？(5 分)

(三)若 M 未知，請寫出母體平均數 $\hat{\mu}$ 的估計公式及 $\widehat{Var}(\hat{\mu})$ 的估計公式。(10 分)

(四)若在第一階段中不以簡單隨機抽樣法抽出 n 個抽樣單位，改以第 $i (i = 1, 2, \dots, N)$

個被抽中的機率為 $\frac{M_i}{M}$ (Two-Stage Cluster Sampling with Probabilities Proportional to

Size, pps)，請寫出母體平均數 $\hat{\mu}$ 的估計公式及 $\widehat{Var}(\hat{\mu})$ 的估計公式。(10 分)