

102年公務人員特種考試外交領事人員及外交行政人員
考試、102年公務人員特種考試法務部調查局調查人員
考試、102年公務人員特種考試國家安全局國家安全情
報人員考試、102年公務人員特種考試民航人員考試、
102年公務人員特種考試經濟部專利商標審查人員考試試題

代號：50950 全一張
(正面)

考 試 別：國家安全情報人員

等 別：三等考試

類 科 組：數理組

科 目：機率統計

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、某大學生參加限時 2 小時的考試，假設該大學生在 x 小時內完成考試的機率為 $x/4$ ， $0 \leq x \leq 2$ 。給予該大學生已考了 1.5 小時且仍繼續作答中，試求該大學生會用掉 2 小時的條件機率為何？(10 分)

二、某工廠生產的電器之壽命服從常態分配具有平均數為 10 年與標準差為 2 年，若從工廠隨機抽取出 5 個電器（取出放回），試求此 5 個電器之壽命皆大於 10 年的機率為何？(10 分)

三、若隨機變數 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 為互相獨立且皆服從指數分配具有下列機率密度函數

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, \quad x > 0, \theta > 0。$$

令 $X_{(1)} < X_{(2)} < \dots < X_{(n)}$ 為 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 所對應的順序統計量 (order statistics)，則(一)試證：若 $Y_1 = nX_{(1)}$ ， $Y_i = (n-i+1)[X_{(i)} - X_{(i-1)}]$ ， $i = 2, 3, \dots, n$ ，則 $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ 與 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是具有相同分配；(10 分)(二)試求： $X_{(n)} - X_{(1)}$ 之期望值；(10 分)(三)試求： $F(X_{(n)}) - F(X_{(1)})$ 之期望值，其中 $F(x)$ 為此指數分配的累積分配函數。(10 分)

四、假設隨機變數 $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ 滿足

$$Y_i = \beta x_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

其中 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 為固定常數， $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ 為互相獨立且皆服從常態分配 $N(0, \sigma^2)$ ，變異數 σ^2 為未知。

(一)試求 β 的最大概似估計量 (maximum likelihood estimator)，並證明它是 β 的不偏估計量 (unbiased estimator)；(10 分)(二)試求 β 的最大概似估計量之分配；(10 分)(三)試求 β 的 $100(1-\alpha)\%$ 信賴區間 (confidence interval)。(10 分)

(請接背面)

102年公務人員特種考試外交領事人員及外交行政人員
考試、102年公務人員特種考試法務部調查局調查人員
考試、102年公務人員特種考試國家安全局國家安全情
報人員考試、102年公務人員特種考試民航人員考試、
102年公務人員特種考試經濟部專利商標審查人員考試試題

代號：50950 全一張
(背面)

考 試 別：國家安全情報人員
等 別：三等考試
類 科 組：數理組
科 目：機率統計

五、假設某大學統計學系 A、B 兩班的統計學成績分別呈現獨立常態分配 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 與 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ ，其中 $\mu_1, \mu_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$ 均未知。今從 A、B 兩班隨機抽取樣本，獲得資料統計如下：

A 班：抽取 $n_1 = 21$ 人，平均成績 $\bar{x}_1 = 77$ ，變異數 $s_1^2 = 9$ 。

B 班：抽取 $n_2 = 16$ 人，平均成績 $\bar{x}_2 = 70$ ，變異數 $s_2^2 = 7$ 。

若假設 $\alpha = 0.02$ ，試檢定 A、B 兩班學生之統計學成績之變異數是否相等？（10 分）

($F_{0.01}(20,15) = 3.3719$, $F_{0.01}(15,20) = 3.0880$, $F_{0.01}(21,16) = 3.2367$, $F_{0.01}(16,21) = 2.9931$)

六、某醫療研究人員欲以 95%的信賴水準，估計國人擁有家庭式耳溫槍的真實比例。已知從過去的研究資料顯示 55%的國人擁有家庭式耳溫槍，若此研究人員希望估計誤差不超過 3%，試求最少抽樣之樣本數 n 為何？（10 分）

($Z_{0.2} = 0.842$, $Z_{0.1} = 1.282$, $Z_{0.05} = 1.645$, $Z_{0.025} = 1.96$, $Z_{0.0125} = 2.240$)