

102年公務人員特種考試外交領事人員及外交行政人員
考試、102年公務人員特種考試法務部調查局調查人員
考試、102年公務人員特種考試國家安全局國家安全情
報人員考試、102年公務人員特種考試民航人員考試、
102年公務人員特種考試經濟部專利商標審查人員考試試題

代號：50930 全一頁

考 試 別：國家安全情報人員

等 別：三等考試

類 科 組：數理組

科 目：數論

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、令 n 、 m 為正整數。證明 $\frac{(nm)!}{(n!)^m}$ 為一整數。(20 分)

二、(一)某正整數 n 除以 11 餘 1、除以 13 餘 2、除以 15 餘 3，則滿足這些條件的最小正整數為 $n=1068=\frac{11 \times 13 \times 15 - 9}{2}$ 。試驗證之。(8 分)

(二)試求一最小正整數 n ，使其除以 9 餘 8、除以 17 餘 14、除以 25 餘 20、除以 33 餘 26。(12 分)

三、(一)求所有正整數 n ，滿足“比 n 小，且與 n 互質的正整數共有 $\frac{2n}{7}$ 個”的性質。(8 分)

(二)求所有正整數 n ，滿足“比 n 小，且與 n 互質的正整數共有 60 個”的性質。(12 分)

四、(一)欲分別將 998 及 999 表成兩正整數的立方差（即呈 $a^3 - b^3$ 的形式）。若可以，請找出所有表法。若不可以，請說明理由。(15 分)

(二)找出一數 n ， n 不等於 998，999，使其表成正整數立方差的方法不只一種。（可利用(一)的結果。）(5 分)

五、令 p 為形如 $2^{4n} + 1$ 的質數（ n 為正整數）。試證 7 必為 F_p^* 的原根（primitive root），即 7 在 $\text{mod } p$ 之下的階數（order）為 $p-1$ 。(20 分)