

107年專門職業及技術人員高等考試
建築師、技師、第二次食品技師考試暨
普通考試不動產經紀人、記帳士考試試題

等 別：高等考試
類 科：航空工程技師
科 目：空氣動力學
考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目得以本國文字或英文作答。

一、請使用必歐-沙伐定律 (Biot-Savart law, $du = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\cos \beta ds}{r^2}$) 計算一環流強度為 Γ 且半徑為 R 的圓形渦流線 (circular vortex filament) 在其圓心產生的誘導速度 (induced velocity)。(10 分)

二、二維不可壓縮無黏流 (incompressible inviscid flow) 的流線函數為 $\psi = A(x^3 - 3xy^2)$ 。

(一)請檢視是否為無旋流 (irrotational flow) 並計算此流場之速度勢能函數 ϕ 。(5 分)

(二)請驗證流線 $\psi = c_1$ 與等速度勢能線 $\phi = c_2$ 是互相正交的。(10 分)

三、當一均勻流 (uniform flow) 以流速 U 流經一置於原點之偶流 (doublet) 與自由渦流 (free vortex) 時所組合成之無旋流場，就如均勻流流經一半徑為 a 的旋轉圓柱。此時流場的流線函數為 $\psi = Ur(1 - \frac{a^2}{r^2})\sin \theta - \frac{\Gamma}{2\pi} \ln r$ ，

速度勢能場為 $\phi = Ur(1 + \frac{a^2}{r^2})\cos \theta + \frac{\Gamma}{2\pi} \theta$ 。

(一)請計算流場在圓柱表面 ($r = a$)， r 方向與 θ 方向的速度 v_r ， v_θ 。(5 分)

(二)請計算靜滯點 (stagnation point) 的位置。(5 分)

(三)請計算圓柱表面的壓力分布 (假設流場遠端上游的靜壓為 p_0)。(5 分)

(四)請計算作用在圓柱上垂直方向與水平方向的力 F_x ， F_y 。(10 分)

四、對一個具彎度 (cambered) 的翼剖面 (airfoil)，沿著平均彎度線 $z = z(x)$ 有一渦流強度分布函數 $\gamma(x)$ ，可藉由在平均彎度線上之邊界條件計算得出。

若使用轉換式 $x = \frac{1}{2}c(1 - \cos\theta)$ ， $0 \leq \theta \leq \pi$ ，則 $\gamma(x)$ 計算公式可表示為：

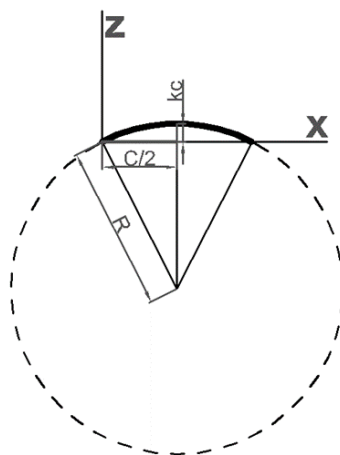
$$\gamma(\theta) = 2V_{\infty} \left[A_0 \frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta) \right]$$

$$A_0 = \alpha - \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dz}{dx} d\theta, \quad A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dz}{dx} \cos n\theta d\theta$$

其中 c 為弦長 (chord)， α 為攻角， V_{∞} 為自由流速度。若此平均彎度線為一段半徑為 R 的圓弧線段 (如下圖) 且最大平均彎度大小為 kc ，假設 $k \ll 1$ 且為常數。

請驗證 $\gamma(x)$ 的近似式為：

$$\gamma(\theta) = 2V_{\infty} \left[\alpha \frac{1 + \cos\theta}{\sin\theta} + 4k \sin\theta \right] \circ (20 \text{ 分})$$



五、一橢圓形機翼 (elliptical wing) 以 45 m/s 水平飛行在大氣中 ($\rho = 1.226 \text{ kg/m}^3$)。單位面積之機翼負載 $W/S = 950 \text{ N/m}^2$ (wing loading)， S 為翼面積。機翼剖面從根部到翼尖均相同且無扭轉 (untwisted)。翼剖面升力曲線之斜率 $m_0 = 5.7$ ，翼展 (span) 為 10 m ，展弦比 (aspect ratio) 為 5 。請計算：

(一) 翼剖面之升力係數與誘導阻力係數 (sectional-lift and induced-drag coefficients)。(6 分)

(二) 有效攻角、誘導攻角及絕對攻角 (effective, induced, and absolute angles of attack)。(9 分)

(三) 克服機翼誘導阻力 (induced drag) 所需之功率。(5 分)

六、假設流體為一理想氣體（perfect gas）且為等熵流（isentropic flow），請驗證：（下標 0 代表靜滯點之性質）

$$(\text{一}) \frac{T}{T_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-1} \circ (5 \text{ 分})$$

$$(\text{二}) \frac{p}{p_0} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{-k/(k-1)} \circ (5 \text{ 分})$$