

113年專門職業及技術人員高等考試建築師、
32類科技師（含第二次食品技師）、大地工程
技師考試分階段考試（第二階段考試）
暨普通考試不動產經紀人、記帳士考試試題

等 別：高等考試

類 科：電機工程技師

科 目：工程數學（包括線性代數、微分方程、複變函數與機率）

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、試求常微分方程式 $y'' - 4y' + 5y = e^{2x} \csc x$ 之通解。(20 分)

二、試求一時間函數 $f(t) = \frac{1}{2\beta^3}(\sin \beta t - \beta t \cos \beta t), t \geq 0, \beta \neq 0$ 之拉普拉斯轉換 (Laplace Transform) $F(s)$ 。(10 分)

三、試以剩值定理 (Residue Theorem) 求 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{2}}{1+16x^4} dx$ 之值。(20 分)

四、一矩陣 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5 & -6 \end{bmatrix}$ ，其轉置矩陣 $A^T = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 1 & -6 \end{bmatrix}$ 。

(一)試求另一 2×2 對稱矩陣 P 滿足下列矩陣方程式， $PA + A^T P = -\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 。

(10 分)

(二)試求該對稱矩陣 P 的兩特徵值。(5 分)

五、(一)一曲線 C ，其表示式為 $r(t) = [3t, 4t^2, 8t^4]$ ， t 為參數，試求其切線向量與單位切線向量。(10 分)

(二)試求一向量函數 $F = 7x\bar{i} + 3y\bar{j} - z\bar{k}$ 之面積分 $\iint_S F \cdot n dA$ ，其中 n 為 dA 指向外的法線方向單位向量，且此有界封閉曲面的表示式為 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 9$ 。(10 分)

六、X 與 Y 為兩隨機變數 (Random variables)，其聯合機率密度函數 (Joint

probability density function) 為 $p(x, y) = \begin{cases} ke^{-x-\frac{y}{2}}, 0 \leq x < \infty, 0 \leq y < \infty; \\ 0, \text{其他區域。} \end{cases}$

(一)試求 k 值。(5 分)

(二)試求其邊際平均值 (Marginal Mean)， $E\{Y\}$ 。(5 分)

(三)試求其期望值 (Expected value)， $E\{X^3Y^2\}$ 。(5 分)