

111年專門職業及技術人員高等考試建築師、
31類科技師（含第二次食品技師）、大地工程
技師考試分階段考試（第二階段考試）
暨普通考試不動產經紀人、記帳士考試試題

等 別：高等考試

類 科：電機工程技師

科 目：工程數學（包括線性代數、微分方程、複變函數與機率）

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、 $y_1 = x$ 為 $(x^2 - x)\frac{d^2 y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + 2y = 0$ 之一解，試求其通解。(15 分)

二、試求 $F(s) = \ln \frac{s-a}{s-b}$ 之反拉普拉斯轉換 (Inverse Laplace Transform) $f(t)$ 。
(15 分)

三、 C 是以原點 $(0,0)$ 為圓心，半徑為 2.5 之逆時鐘方向的簡單封閉圓曲線。
試求

(一) $\oint_C \frac{2z+1}{(z+3)(z-1)} dz$ (10 分)

(二) $\oint_C \frac{2z+1}{(z+3)(z-1)^2} dz$ (10 分)

四、矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ 。

(一)試求該矩陣的兩奇異值 (Singular Values)。(5 分)

(二)令 $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ 且 $\mathbf{x}^T \mathbf{x} = \|\mathbf{x}\|_2^2 = 1$ ，試求 $\mathbf{x}^T A \mathbf{x}$ 之最小值與最大值。(10 分)

五、(一)已知向量函數 $\vec{F} = x^2 y^3 \sin z \vec{i} + x^2 y^2 z^2 \vec{j} + 4 \cos xyz \vec{k}$ ，試求其散度
(Divergence) 與旋度 (Curl)。(10 分)

(二)試求從點： $(0,1,2)$ 至點： $(1,-1,7)$ 之線積分 $\int 3x^2 dx + (2yz)dy + (y^2)dz$ (10 分)

六、 X 為一隨機變數 (Random variable)，其機率密度函數為

$$p(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ (2-x), & 1 < x \leq 2 \\ 0, & \text{其他區域} \end{cases}$$

(一)試求其平均值 (Mean)， $E\{X\}$ 。(5 分)

(二)試求其變異值 (Variance)， $E\{(X - E\{X\})^2\}$ 。(5 分)

(三)試求其期望值 (Expected Value)， $E\{X^3\}$ 。(5 分)