

等 別：二級考試

類 科：醫學工程

科 目：工程數學

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

- 一、轉動慣量 (Moment of inertia) 定義為 $I = \int r^2 dm$ ，其中 r ：距離轉軸長度， m ：質量。
- (一)有一半徑為 R ，質量為 M ，厚度為 D 的均質圓盤。以圓盤中心為轉軸，試推導其轉動慣量為何？(10 分)
- (二)有一個邊長為 $2R$ ，質量為 M ，厚度為 D 的均質正方形。以正方形中心為轉軸，試推導其轉動慣量為何？(10 分)
- (三)如果在長度、質量不變的情況下，只有厚度變大，則轉動慣量有何變化？(變大、變小或不變) 請說明理由。(5 分)
- 二、二階常微分方程式描述為： $\ddot{y}(t) + \omega_0^2 y(t) = \cos \omega_1 t$ 且 $\dot{y}(0) = y(0) = 0$
- (一)當 $\omega_1 \neq \omega_0$ ，求其解 $y(t)$ 。(10 分)
- (二)當 $\omega_1 = \omega_0$ ，求其解 $y(t)$ 。(10 分)
- (三)從上述答案中，說明共振現象。(5 分)
- 三、有一個上面無蓋的正方體盒子，其頂點座標分別為： $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$, $(1, 1, 0)$, $(0, 1, 1)$, $(1, 0, 1)$, $(1, 1, 1)$ 。令 $F(x, y, z) = x^2 i + y^2 j + z^2 k$
- (一)試求對這五個平面做面積分 $\iint_{\Sigma} F \cdot n dA$ 。(10 分)
- (二)利用高斯散度定理 (Divergence theorem of Gauss) 求上述面積分。(10 分)
- 四、對一個 $n \times n$ 的矩陣 A ，請回答下列問題：
- (一)如何證明矩陣為一個線性轉換 (Linear Transformation)。(5 分)
- (二)請定義特徵向量 (eigenvectors) 並說明其物理意義。(5 分)
- (三)說明求特徵向量的方法與步驟。(5 分)
- (四)一般我們可以找到一個非奇異矩陣 Q ，使 $Q^{-1}AQ$ 成為對角矩陣；請說明如何求 Q 矩陣？ A 矩陣在什麼情況下無法找到 Q 可以對角化？(10 分)
- (五)說明如何定義矩陣的 Rank 和 Nullity。(5 分)