

類 科：機械工程

科 目：自動控制

考試時間：2小時

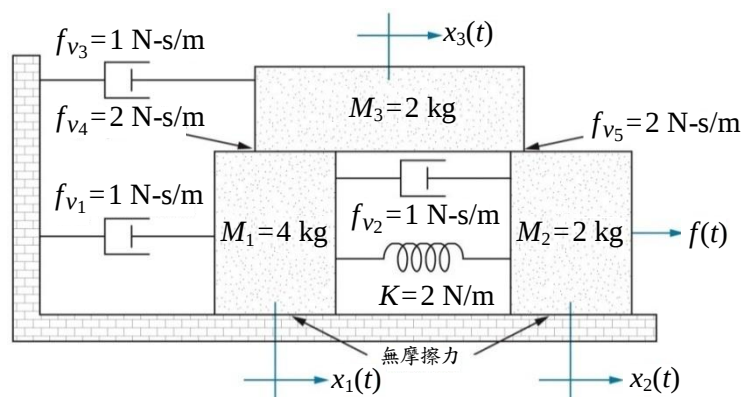
座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器，須詳列解答過程。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、圖一為彈簧阻尼質量系統，其中 M 為質量、 f_v 為摩擦阻尼常數、 K 為彈簧常數， x_1 、 x_2 、 x_3 分別為 M_1 、 M_2 、 M_3 之位移。設 x_1 、 x_2 、 x_3 初始值均為 0， $f(t)$ 為力量輸入。（每小題 10 分，共 20 分）

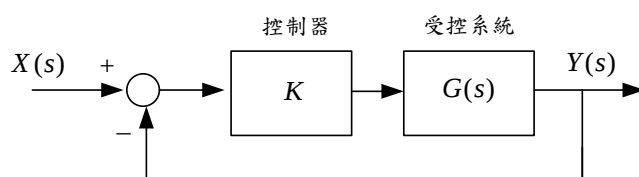
(一)試推導本系統之微分方程式。

(二)試推導狀態方程式，設狀態變數為 $z_1 = x_1$ ； $z_2 = \dot{x}_1$ ； $z_3 = x_2$ ； $z_4 = \dot{x}_2$ ； $z_5 = x_3$ ； $z_6 = \dot{x}_3$ 。

圖一

二、控制系統如圖二所示，受控系統 $G(s) = \frac{1}{m} \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2(s^2 + a\omega_0^2)}$ ， K 為控制器，設 m, a, ω_0 均大於 0。（每小題 10 分，共 20 分）

(一)試以羅斯穩定準則（Routh stability criterion）建立羅斯表（Routh table）。

(二)若 $K > 0$ ，試以(一)之羅斯表，說明閉迴路極點之位置。

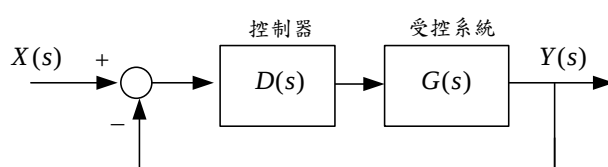
圖二

(請接背面)

類 科：機械工程
科 目：自動控制

三、控制系統如圖三所示，受控系統 $G(s) = \frac{35}{s^2 + 12s + 35}$ ， $D(s)$ 為控制器：

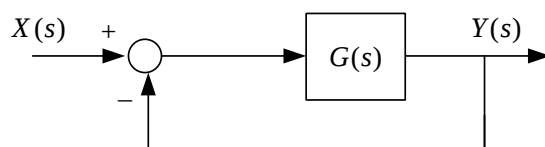
- (一) 設 $D(s) = K$ ，試求 K 值使閉迴路系統之阻尼係數 $\zeta = 0.6$ 。(5 分)
- (二) 以(一)求出之 K 值，試求單位步階輸入之穩態誤差。(5 分)
- (三) 試以增加系統型式 (type of system) 之方式設計控制器 $D(s)$ ，使步階輸入之穩態誤差為 0。(5 分)
- (四) 繪出(三)之根軌跡， $K > 0$ 。(10 分)
- (五) 求(四)之根軌跡中，使系統穩定之 K 值範圍。(5 分)



圖三

四、有一單位負回授之閉迴路控制系統如圖四，其閉迴路轉移函數為 $T(s) = \frac{10(s+1)}{s^2 + 9s + 10}$ ：

- (一) 試求其開迴路 (open loop) 轉移函數 $G(s)$ 。(5 分)
- (二) 請繪出開迴路系統 $G(s)$ 之波德圖 (Bode plot) 的漸進線 (asymptote)，包含大小圖 ($20\log|G(j\omega)| \sim \omega$) 及相位角圖 ($\angle G(j\omega) \sim \omega$)。(10 分)
- (三) 試推導開迴路系統 $G(s)$ 之增益邊際 (gain margin)、相位邊際 (phase margin) 及其對應之頻率。(10 分)
- (四) 試以(三)之結果說明 $G(s)$ 是否穩定。(5 分)



圖四