

財團法人大學入學考試中心基金會

110 學年度指定科目考試試題

數學乙

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：• 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。

- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 未依規定劃記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，恐將影響成績並損及權益。
- 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{(18)}{(19)}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\frac{3}{\square}$ 與第 19 列的 $\frac{\square}{8}$ 劃記，如：

18	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\blacksquare}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{+}{\square}$
19	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\blacksquare}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{+}{\square}$

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{(20)(21)}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\frac{-}{\square}$ 與第 21 列的 $\frac{7}{\square}$ 劃記，如：

20	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\square}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\blacksquare}$	$\frac{+}{\square}$
21	$\frac{1}{\square}$	$\frac{2}{\square}$	$\frac{3}{\square}$	$\frac{4}{\square}$	$\frac{5}{\square}$	$\frac{6}{\square}$	$\frac{7}{\blacksquare}$	$\frac{8}{\square}$	$\frac{9}{\square}$	$\frac{0}{\square}$	$\frac{-}{\square}$	$\frac{+}{\square}$

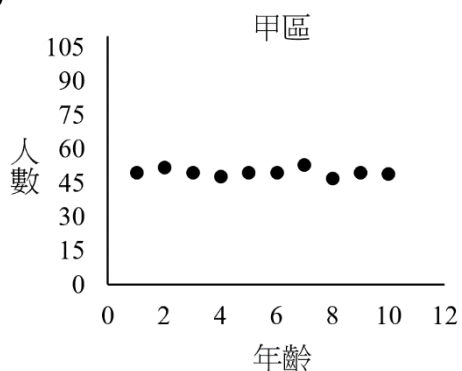
第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 74 分）

一、單選題（占 18 分）

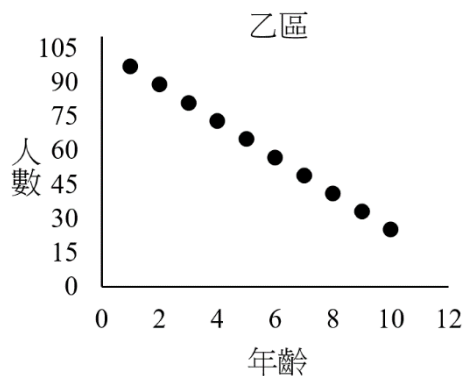
說明：第 1 題至第 3 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請劃記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 下列選項分別為甲、乙、丙、丁、戊等五個地區 1 至 10 歲（以整數計）兒童罹患某疾病的人數散佈圖。試選出罹患某疾病的人數與年齡相關係數值最大的選項。

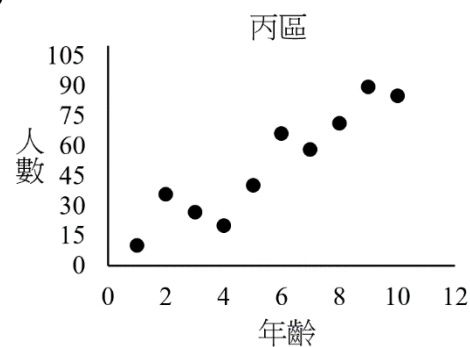
(1)



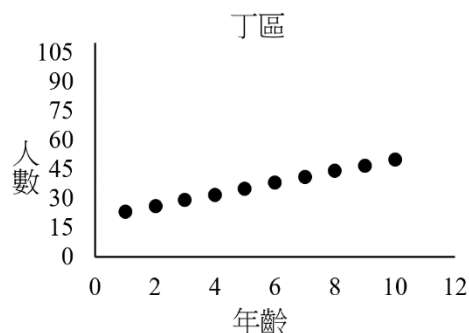
(2)



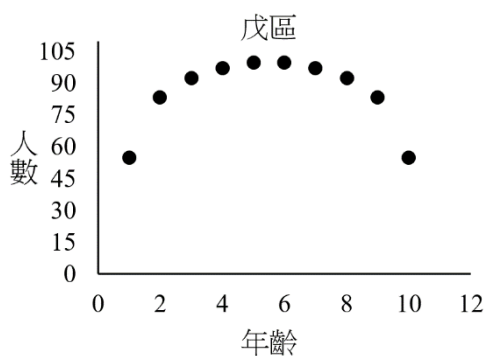
(3)



(4)



(5)



2. 已知實係數二次多項式函數 $f(x)$ 滿足 $f(-1)=k$ ， $f(1)=9k$ ， $f(3)=-15k$ ，其中 $k>0$ 。設函數 $y=f(x)$ 圖形頂點的 x 坐標為 a ，試選出正確的選項。

- (1) $a \leq -1$
- (2) $-1 < a < 1$
- (3) $a = 1$
- (4) $1 < a < 3$
- (5) $3 \leq a$

3. 某公司舉辦年終抽獎活動，每人從編號分別為 1 至 6 的六張牌中隨機抽取兩張。假設每張牌抽到的機會均相等，且規則如下：

- (一) 若這兩張牌的號碼之和是奇數，則可得獎金 100 元，此時抽獎結束；
- (二) 若號碼之和為偶數，就將這兩張牌丟掉，再從剩下的四張牌中隨機抽取兩張牌，且其號碼之和為奇數，則可得獎金 50 元，其他情形則沒有獎金，此時抽獎結束。

依上述規則，試求每人參加此抽獎活動的獎金期望值為多少元？

- (1) 50
- (2) 70
- (3) 72
- (4) 80
- (5) 100

二、多選題（占 32 分）

說明：第 4 題至第 7 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項劃記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

4. 設 $a = \log_2 8$ ， $b = \log_3 1$ ， $c = \log_{0.5} 8$ ，試選出正確的選項。

- (1) $b = 0$
- (2) $a + b + c > 0$
- (3) $a > b > c$
- (4) $a^2 > b^2 > c^2$
- (5) $2^a > 3^b > \left(\frac{1}{2}\right)^c$

5. 某便利商店將甲、乙、丙三個積木模型和 a 、 b 、 c 、 d 、 e 五個角色公仔，共八個玩具，分成兩袋販售。每袋均裝有四個玩具，其分裝的原則如下：

- (一) 甲和 a 必須裝在同一袋。
- (二) 每袋至少裝有一個積木模型。
- (三) d 和 e 必須裝在不同袋。

根據以上敘述，試選出正確的選項。

- (1) 每袋至少裝有兩個角色公仔
- (2) 乙和丙必裝在不同袋
- (3) 如果乙和 d 裝在同一袋，則丙和 e 必裝在同一袋
- (4) 如果乙和 d 裝在不同袋，則 b 和 c 必裝在不同袋
- (5) 如果 b 和 c 裝在不同袋，則乙和丙必裝在同一袋

6. 已知實數數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = \frac{2n+1}{2n-1}a_n$ ， n 為正整數。試選出正確的選項。

- (1) $a_2 = 3$
- (2) $a_4 = 9$
- (3) $\langle a_n \rangle$ 為等比數列
- (4) $\sum_{n=1}^{20} a_n = 400$
- (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n} = 2$

7. 已知某人每次飛鏢射中的機率皆為 $\frac{1}{2}$ ，且每次射飛鏢的結果均互相獨立。試從下列選項中，選出發生機率為 $\frac{1}{2}$ 的事件。

- (1) 連續射 2 次飛鏢，恰射中 1 次
- (2) 連續射 4 次飛鏢，恰射中 2 次
- (3) 連續射 4 次飛鏢，射中的總次數為奇數
- (4) 連續射 6 次飛鏢，在第 1 次沒有射中的條件下，第 2 次有射中
- (5) 連續射 6 次飛鏢，在前 2 次恰射中 1 次的條件下，後 4 次恰射中 2 次

三、選填題（占 24 分）

說明：1.第 A 至 C 題，將答案劃記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（8-13）。

2.每題完全答對給 8 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 數線上有原點 O 及三點 $A(-2)$ 、 $B(10)$ 、 $C(x)$ ，其中 x 為實數。

已知線段 $\overline{BC}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{OB}$ 長度大小關係為 $\overline{BC} < \overline{AC} < \overline{OB}$ ，

則 x 的最大範圍為 ⑧ $< x <$ ⑨。

B. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$ ， $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$ ，其中 $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$ 為矩陣

$\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 的反方陣。若 $A+B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $a+b+c+d = \underline{\text{⑩ ⑪}}$ 。

C. 已知一個不均勻銅板，投擲時出現正面的機率為 $\frac{1}{3}$ ，出現反面的機率為 $\frac{2}{3}$ 。今

在坐標平面上有一顆棋子，依投擲此銅板的正反面結果，前進至下一個位置，規則如下：

(一) 若擲出為正面，則從目前位置依著向量 $(-1,2)$ 的方向與長度，前進至下一個位置；

(二) 若擲出為反面，則從目前位置依著向量 $(1,0)$ 的方向與長度，前進至下一個位置。

例如：棋子目前位置在坐標 $(2,4)$ ，若擲出反面，則棋子前進至坐標 $(3,4)$ 。

假設棋子以原點 $(0,0)$ 為起始點，依上述規則，連續投擲此銅板 6 次，且每次投擲均互相獨立，則經過 6 次移動後，棋子停在坐標 $(\underline{12}, \underline{13})$ 的機率最大。

— — — 以下是第貳部分的非選擇題，必須在答案卷面作答 — — —

第貳部分：非選擇題（占 26 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至零分。作答使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。若因字跡潦草、未標示題號、標錯題號等原因，致評閱人員無法清楚辨識，該部分不予計分。每一子題配分標於題末。

一、坐標平面上有兩點 $A(-3,4)$ ， $B(3,2)$ 及一條直線 L 。已知 A 、 B 兩點在直線 L 的兩側且 $\vec{n} = (4, -3)$ 是直線 L 的法向量。設 A 點到直線 L 的距離為 B 點到直線 L 的距離的 5 倍。根據上述，試回答下列問題。

(1) 試求向量 $\overrightarrow{AB}$ 與向量 $\vec{n}$ 的內積。（4 分）

(2) 試求直線 L 的方程式。（4 分）

(3) 設 P 點在直線 L 上且 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ，試求 P 點坐標。（4 分）

二、已知某廠商生產甲、乙兩型電動車所需的成本有電池、馬達、其他等三大類，甲、乙兩型的各類成本如下表（單位：萬元）：

	電池成本	馬達成本	其他成本
甲型	56	26	48
乙型	40	20	56

今該廠商甲、乙兩型電動車售價的算式為「電池成本的 x 倍」、「馬達成本的 y 倍」與「其他成本的 $\frac{x+y}{2}$ 倍」之總和，即

$$\text{售價} = \text{電池成本} \times x + \text{馬達成本} \times y + \text{其他成本} \times \frac{x+y}{2}$$

其中倍數 x 、 y 需滿足「 $1 \leq x \leq 2$ ， $1 \leq y \leq 2$ ，且甲、乙兩型電動車的售價均不超過 200 萬元」。

該廠商為了區隔產品，希望甲、乙兩型電動車的售價差距最大。根據上述資訊，試回答下列問題。

- (1) 試寫出甲、乙兩型電動車的售價（以 x 、 y 的式子來表示），並說明「甲型電動車的售價必定高於乙型電動車的售價」。（4 分）
- (2) 試在坐標平面上，畫出滿足題幹條件 (x, y) 的可行解區域，並以斜線標示該區域。（4 分）
- (3) 試求當倍數 x 、 y 分別為多少時，甲、乙兩型電動車的售價差距最大？此時甲、乙兩型電動車的售價差距為多少萬元？（6 分）