

財團法人大學入學考試中心基金會

114學年度學科能力測驗試題

數學B考科

請於考試開始鈴響起，在答題卷簽名欄位以正楷簽全名

—作答注意事項—

考試時間：100分鐘

作答方式：

- 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答題卷」上作答；更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。
- 除題目另有規定外，非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答題卷」上作答；更正時，可以使用修正帶（液）。
- 考生須依上述規定劃記或作答，若未依規定而導致答案難以辨識或評閱時，恐將影響成績。
- 答題卷每人一張，不得要求增補。
- 選填題考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子劃記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若答案格式是 $\frac{18-1}{18-2}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生必須分別在答題卷上

的第 18-1 列的 $\frac{3}{8}$ 與第 18-2 列的 $\frac{8}{8}$ 劃記，如：

18-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
18-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

例：若答案格式是 $\frac{19-1}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答題卷的第 19-1 列

的 $\frac{-7}{50}$ 與第 19-2 列的 $\frac{7}{50}$ 劃記，如：

19-1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
19-2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±

選擇（填）題計分方式：

- 單選題：每題有 n 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項。各題答對者，得該題的分數；答錯、未作答或劃記多於一個選項者，該題以零分計算。
- 多選題：每題有 n 個選項，其中至少有一個是正確的選項。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得該題全部的分數；答錯 k 個選項者，得該題 $\frac{n-2k}{n}$ 的分數；但得分

低於零分或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

- 選填題每題有 n 個空格，須全部答對才給分，答錯不倒扣。

※試題中參考的附圖均為示意圖，試題後附有參考公式及數值。

第壹部分、選擇（填）題（占85分）

一、單選題（占 35 分）

說明：第 1 題至第 7 題，每題 5 分。

1. 設數線上有一點 P 滿足 P 到 1 的距離加上 P 到 4 的距離等於 4。試問這樣的 P 有幾個？
(1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個 (4) 3 個 (5) 無限多個

2. 設 A 為 3×2 階矩陣，且 $A \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ 。若 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$ ，試問 $a+b+c$ 之值為何？
(1) 0
(2) 2
(3) 4
(4) 5
(5) 8

3. 已知實數 a, b 滿足 $\frac{1}{2} < a < 1$ 及 $1 < b < 2$ 。試問下列哪個選項的值最小？
(1) 0 (2) $\log a$ (3) $\log(a^2)$
(4) $\log b$ (5) $\frac{1}{\log b}$

4. 某商店推出抽獎活動，提供香蕉、鳳梨、蘋果、橘子四種不同款式的水果公仔當獎品。每次抽獎可得 1 個公仔，且每種款式被抽中的機率皆相等。某甲決定抽獎四次，試問他恰抽到三種不同款式公仔的機率為何？
(1) $\frac{5}{16}$
(2) $\frac{3}{8}$
(3) $\frac{1}{2}$
(4) $\frac{9}{16}$
(5) $\frac{5}{8}$

5. 空間中有兩相交直線 L, M ，其夾角為 24° 。將 M 繞著 L 轉一圈，可得一個直圓錐面。
今有平面 E 與直線 L 平行，試問平面 E 與此直圓錐面的截痕是下列哪一個選項？

- (1) 雙曲線
- (2) 拋物線
- (3) 橢圓（長短軸不相等）
- (4) 圓
- (5) 兩相交直線

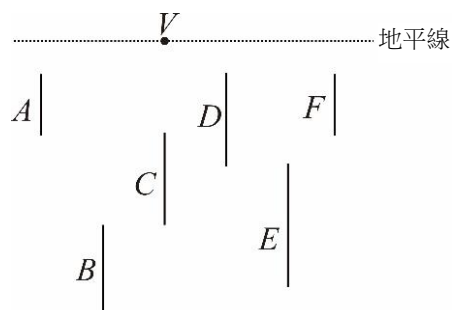
6. 設 a, b, c 為實數，且多項式 $f(x) = a(x-1)(x-3) + b(x-1)(x-4) + c(x-3)(x-4)$ 經化簡後，得 $f(x) = x^2$ 。有關 a, b, c 的大小關係，試選出正確的選項。

- (1) $a > b > c$
- (2) $a > c > b$
- (3) $b > c > a$
- (4) $c > a > b$
- (5) $c > b > a$

7. 某人使用單點透視法，以地平線上一點為消失點，將地平面上的六根鉛直柱子 A, B, C, D, E, F 畫在坐標平面上，各柱柱頂與柱底的坐標如下表，並且讓點 $V(4,9)$ 代表消失點，如圖所示。

因圖形中 A, F 兩柱的柱底連線與柱頂連線均平行於地平線，故 A, F 兩柱的實際高度相等。根據上述，試選出實際高度最大的柱子。

柱子	A	B	C	D	E	F
柱頂坐標	$(0,8)$	$(2,3)$	$(4,6)$	$(6,8)$	$(8,5)$	$(10,8)$
柱底坐標	$(0,6)$	$(2,0)$	$(4,3)$	$(6,5)$	$(8,1)$	$(10,6)$



- (1) A
- (2) B
- (3) C
- (4) D
- (5) E

二、多選題（占 25 分）

說明：第 8 題至第 12 題，每題 5 分。

8. 設 Γ 為坐標平面上函數 $y = x^3 - x$ 的圖形。試選出正確的選項。

- (1) Γ 的對稱中心為原點
- (2) Γ 在 $x=0$ 附近會近似於直線 $y = x$
- (3) Γ 經適當平移後可與函數 $y = x^3 + x + 3$ 的圖形重合
- (4) Γ 與函數 $y = x^3 + x$ 的圖形對稱於 x 軸
- (5) Γ 與函數 $y = -x^3 + x$ 的圖形對稱於 y 軸

9. 坐標平面上設 O 為原點，且 P 點坐標為 $(2,2)$ 。已知向量 $\overrightarrow{OP} = \alpha \overrightarrow{OA} + \beta \overrightarrow{OB}$ ，其中實數 α, β 滿足 $0 \leq \alpha \leq 1$ ， $0 \leq \beta \leq 1$ 。下列選項中，試選出可能的 A 、 B 點坐標。

- (1) $A(2, -3)$ 、 $B(-4, 3)$
- (2) $A(3, 2)$ 、 $B(3, 4)$
- (3) $A(3, 4)$ 、 $B(4, -1)$
- (4) $A(1, 2)$ 、 $B(2, 1)$
- (5) $A(1, -1)$ 、 $B(1, 1)$

10. 某羽球選手與甲、乙、丙、丁四位選手各比賽一場。賽後蒐集這四場比賽的數據，統計該選手的對手在比賽中殺球的總次數，以及每次殺球用時的平均及標準差，結果如下表所示。例如對手甲在該場殺球次數為 25 次、每次殺球用時平均 1.2 秒，每次殺球用時標準差 0.5 秒。

對手	該場殺球次數	每次殺球用時平均（秒）	每次殺球用時標準差（秒）
甲	25	1.2	0.5
乙	14	1.5	0.3
丙	20	1.7	0.2
丁	30	1.2	0.4

根據上述，對於甲、乙、丙、丁四位選手的表現，試選出正確的選項。

- (1) 丙在該場中每次殺球用時平均是四位中最多的
- (2) 丁在該場中花在殺球的總用時是四位中最多的
- (3) 甲在該場中每次殺球的用時都與丁相同
- (4) 甲在該場中每次殺球用時的全距，大於丁在該場中每次殺球用時的全距
- (5) 乙在該場中各次殺球的用時不可能都在 1.4 到 1.6 秒之間

11. 設地球是一個球體。地球表面上五個點 A 、 B 、 C 、 D 、 E 的經緯度如下表，例如 A 點位在經度 0 度，北緯 60 度。

位置	經度 0 度	經度 180 度
北緯 60 度	A	B
北緯 30 度	C	D
緯度 0 度	E	

大圓為通過球心的平面與球面相交所形成的圓，且球面上相異兩點在大圓上所形成較小的弧為最短路徑。根據上述，試選出正確的選項。

- (1) 「北極點到 A 的最短路徑長」等於「北極點到 B 的最短路徑長」
 - (2) 「 A 到 B 的最短路徑長」等於「 C 到 D 的最短路徑長」
 - (3) A 到 E 的最短路徑必經過 C
 - (4) C 到 D 的最短路徑必經過北極點
 - (5) 「 E 到北極點的最短路徑長」與「 C 到 D 的最短路徑長」的比為 2 : 3
12. 已知某等差數列的首項是 1，末項是 81，且 9 也在此數列中。設此數列的項數為 n ，其中 $n \leq 100$ 。試選出正確的選項。
- (1) n 為奇數
 - (2) 41 必在此等差數列
 - (3) 滿足條件的等差數列，其公差都是整數
 - (4) 滿足條件的等差數列共有 10 個
 - (5) 若 n 為 7 的倍數，則 $n = 21$

三、選填題（占 25 分）

說明：第 13 題至第 17 題，每題 5 分。

13. 某景點旁邊有兩個停車場，假設某日任一停車場沒有空位的機率皆為 0.7，且這兩個停車場是否有空位互不影響。若一輛車子在當天來到這兩個停車場外面，則至少有一個停車場內有空位的機率為 $0. \frac{\textcircled{13-1}}{\textcircled{13-2}}$ 。

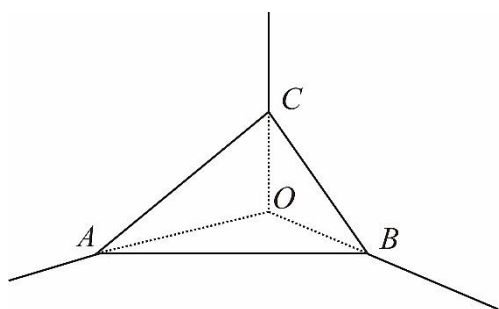
14. 坐標平面上，給定三點 $A(0,2)$ 、 $B(-1,0)$ 、 $C(4,0)$ 。若直線 $y = mx$ 將三角形 ABC 分成面積

相等的兩部分，則 $m = \frac{\textcircled{14-1}}{\textcircled{14-2}}$ 。（化為最簡分數）

15. 某公司聘請 8 名新進員工，其中含 2 名翻譯、3 名工程師與 3 名助理。將此 8 人分派給研發、測試兩個部門，其中每個部門各分派 4 人，且各需含 1 名翻譯與至少 1 名工程師。

依此共有 $\textcircled{15-1}$ $\textcircled{15-2}$ 種分配方法。

16. 教室的某牆角是由牆面和地面兩兩互相垂直所構成。設牆角為點 O ，現有一個三角形擋板 ABC ，其中頂點 A 、 B 、 C 位在牆面間或牆面與地面間的交界線上，並與牆角 O 的距離分別為 20、20、10 公分； $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$ 三邊與牆面或地面貼合，如圖所示。則



$$\tan \angle CAB = \frac{\sqrt{\textcircled{16-1}}}{\textcircled{16-2}} \text{。 (化為最簡根式)}$$

17. 某液晶面板由紅、綠、藍三種顏色的 LED 燈泡組成。已知各色燈泡亮燈的循環規律如下：

紅色：「亮 3 秒，再暗 1 秒，再亮 2 秒」

綠色：「亮 6 秒，再暗 2 秒」

藍色：「亮 k 秒，再暗 $(15-k)$ 秒」，其中 k 為正整數。

若在某時刻三種顏色的燈泡同時各自開始作上述循環，面板上都一直有燈亮著，

並設各燈泡亮、暗切換的時間極短可被忽略，則 k 的最小值為 $\textcircled{17-1}$ $\textcircled{17-2}$ 。

第貳部分、混合題或非選擇題（占 15 分）

說明：本部分共有 1 題組，單選題每題 3 分，非選擇題配分標於題末。限在答題卷標示題號的作答區內作答。

選擇（填）題與「非選擇題作圖部分」使用 2B 鉛筆作答，更正時以橡皮擦擦拭，切勿使用修正帶（液）。非選擇題請由左而右橫式書寫，作答時必須寫出計算過程或理由，否則將酌予扣分。

18-20 題為題組

地球受到太陽照射過來的紫外線強度以 UVI 數值表示，一單位 UVI 的照射強度相當於每平方公尺 100 焦耳的能量。根據上述，試回答下列問題。

18. 已知 UVI 數值與所在高度呈指數關係：高度每上升 300 公尺，其 UVI 數值增加上升前的 4%。在地平面上接收到太陽發出每平方公尺 400 焦耳的紫外線，則到了離地平面 4500 公尺高的山上，接收到紫外線的 UVI 數值為下列哪一個選項？（單選題，3 分）

- (1) $4(1+0.04 \times 15)$
- (2) $4(1+0.04^{15})$
- (3) $4(1+0.04)^{15}$
- (4) $4 \times 100(1+0.04)^{15}$
- (5) $4 \times 100(1+0.04^{45})$

19. 已知某日某地的日照時數（日出到日落）恰為 12 小時，且該地當天日出後 x 小時 ($0 \leq x \leq 12$) 的 UVI 數值，可用函數 $f(x) = a \sin(bx)$ 來表示，其中 $a, b > 0$ 。假設日照時 UVI 數值為正，非日照時 UVI 數值為 0（即 $f(0) = f(12) = 0$ ），且當天日出後 2 小時的 UVI 數值為 4。試求 a 、 b 之值。（非選擇題，6 分）

20. 承 19 題，今某人要在該日 UVI 數值介於 $4\sqrt{2}$ 和 $4\sqrt{3}$ 之間（含）時做日光浴。將他可以做日光浴的時間設為日出後 t 小時，試求 t 的最大可能範圍。（非選擇題，6 分）

參考公式及可能用到的數值

1. 首項為 a ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}$

首項為 a ，公比為 r ($r \neq 1$) 的等比數列前 n 項之和為 $S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$

2. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ (R 為 $\triangle ABC$ 外接圓半徑)

$\triangle ABC$ 的餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

3. 一維數據 $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ ，

算術平均數 $\mu_X = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$

標準差 $\sigma_X = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1 - \mu_X)^2 + (x_2 - \mu_X)^2 + \dots + (x_n - \mu_X)^2]} = \sqrt{\frac{1}{n}[(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2) - n\mu_X^2]}$

4. 二維數據 $(X, Y): (x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，

相關係數 $r_{X,Y} = \frac{(x_1 - \mu_X)(y_1 - \mu_Y) + (x_2 - \mu_X)(y_2 - \mu_Y) + \dots + (x_n - \mu_X)(y_n - \mu_Y)}{n\sigma_X\sigma_Y}$

迴歸直線 (最適合直線) 方程式 $y - \mu_Y = r_{X,Y} \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x - \mu_X)$

5. 參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$

6. 對數值： $\log 2 \approx 0.3010, \log 3 \approx 0.4771, \log 5 \approx 0.6990, \log 7 \approx 0.8451$