

等 級：簡任

類科(別)：電信工程

科 目：數位通信系統研究

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、快速傅立葉轉換 (fast Fourier transform, FFT) 廣泛應用於通訊系統中。

(每小題 10 分，共 20 分)

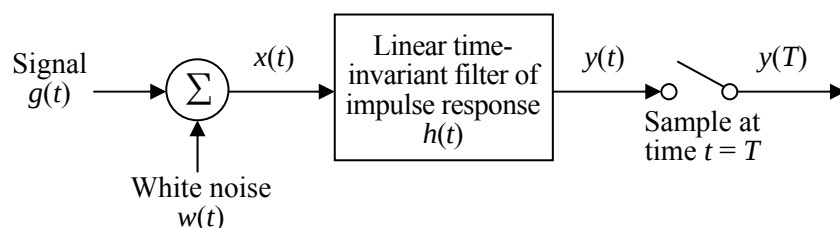
(一)試以分時演算法 (decimation-in-time algorithm) 推導其架構。

(二)以 8 點 FFT 為例，繪製其完整之分時分解流程圖。

提示：

$$\text{離散傅立葉轉換 (DFT): } X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j \frac{2\pi kn}{N}}, \quad 0 \leq k \leq N-1$$
$$e^{-j \frac{2\pi k(N-n)}{N}} = e^{j \frac{2\pi kn}{N}}, \quad e^{-j \frac{2\pi kn}{N}} = e^{-j \frac{2\pi k(n+N)}{N}} = e^{-j \frac{2\pi (k+N)n}{N}}$$

二、一接收器模型如下圖所示：



其中濾波器輸入 $x(t)$ 包含欲接收之信號 $g(t)$ 及白雜訊 $w(t)$ ， T 表信號期間。設 $w(t)$ 之平均值為零，且其功率頻譜密度為 $N_0/2$ 。試以數理推導將濾波器最佳化，求其最佳脈衝響應 $h(t)$ ，使得濾波器輸出信號於 $t=T$ 取樣時，可獲致最大之信號雜訊比。
(20 分)

提示： $\left| \int_{-\infty}^{\infty} \phi_1(x) \phi_2(x) dx \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |\phi_1(x)|^2 dx \int_{-\infty}^{\infty} |\phi_2(x)|^2 dx$

假如 $\phi_1(x) = k \phi_2^*(x)$ ，上式等號成立。

反向傅立葉轉換： $h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) \exp(j2\pi ft) df$

等 級：簡任

類科(別)：電信工程

科 目：數位通信系統研究

三、一個二元頻率鍵移 (binary frequency-shift keying, BFSK) 信號如下：

$$s(t) = \sqrt{\frac{2E_b}{T_b}} \cos(2\pi f_c t \pm \frac{\pi t}{T_b}), \quad 0 \leq t \leq T_b, \quad +: \text{symbol 1}, \quad -: \text{symbol 0}$$

其中 E_b 表每一位元之信號能量、 T_b 表信號期間、 f_c 表載波頻率。

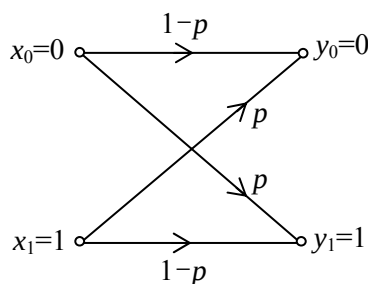
(每小題 10 分，共 20 分)

(一)繪製該 BFSK 傳送器之方塊圖。

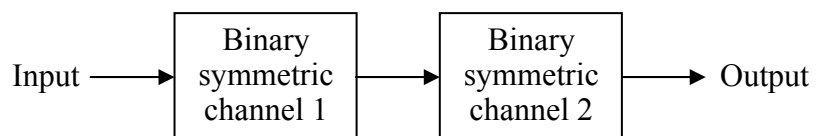
(二)繪製相對之同調接收器。

提示： $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta)$

四、(一)下圖所示為一個二元對稱通道 (binary symmetric channel) 之轉移機率圖 (transition probability diagram)，試求該二元對稱通道之通道容量 (channel capacity)。(10 分)



(二)下圖所示為一串聯之兩組二元對稱通道，設該兩組二元對稱通道具相同之轉移機率特性 (如(一))，試求整體串聯系統之整體通道容量。(10 分)



提示：通道容量： $C = \max_{\{p(x_j)\}} \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{J-1} p(x_j, y_k) \log_2 \left[\frac{p(y_k | x_j)}{p(y_k)} \right]$

五、一由下列多項式所生成之迴旋編碼器 (convolution coder)，其碼率 $r=1/2$ 、強制長度 (constraint length) $K=3$ ：

$$g_1(X) = 1 + X + X^2$$

$$g_2(X) = 1 + X^2$$

試繪製其：(每小題 5 分，共 20 分)

(一)編碼器方塊圖。

(二)樹狀圖 (tree diagram)。

(三)籬柵圖 (trellis diagram)。

(四)設接收端收到之訊息為 010001000000，試藉由(三)籬柵圖以 Viterbi 演算法解碼之。