

101年公務人員特種考試外交領事人員外交行政人員考試、101年公務人員特種考試國際經濟商務人員考試、101年公務人員特種考試法務部調查局調查人員考試、101年公務人員特種考試國家安全局國家安全情報人員考試、101年公務人員特種考試民航人員考試、101年公務人員特種考試經濟部專利商標審查人員考試試題

代號：50730

全一頁

考試別：國家安全情報人員

等別：三等考試

類科組：數理組

科目：數論

考試時間：2小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

令 $i = \sqrt{-1}$ ，答案要附詳細中間過程，每小題獨立計分。

一、(一)求 $8x \equiv 10 \pmod{35}$ 的所有整數 x 之解。(10分)

(二)求同餘聯立方程 $8x \equiv 10 \pmod{35}$ 和 $x \equiv 10 \pmod{34}$ 的所有整數 x 之解。(10分)

二、令 u, v 為自然數，滿足 $u^2 + 16^2 = v^2$ 和 $i^u + i^v = -2$ ，求所有 (u, v) 之值。【用 $2^8 = (v+u)(v-u)$ 】(20分)

三、令 u 的自然數滿足 $u^2 \equiv 3^{19} \pmod{13}$ 和 $u < 13$ ，求所有 i^u 之值。【用費馬小定理和尤拉判別法 Euler's Criterion】(20分)

四、令 v 為自然數， p 為 v 之某質因數。假設對所有整數 x, v 皆滿足 $x^v \equiv x \pmod{v}$ ，證明 $(p-1) | (v-1)$ 。【先敘述 p 的原根，Primitive Root modulo p 】(20分)

五、某市放颱風假，出現 to be or not to be 的選擇，請先編碼 (Encode) 這句英文成為 26 位的數字，記為 D 。方法如下：依序接連取 a 為 10， b 為 11， c 為 12，...， y 為 34， z 為 35。設只有 yes 和 not 二種選擇，依上法 yes 編成 6 位數字，記為 Y 。not 編成 6 位數字，記為 N 。令 26 位數 $D = u \cdot 10^{13} + v$ ，其中 u, v 為自然數且 u, v 皆小於 10^{14} 。比較 $2i^u + i^v$ 和 $i^Y + i^N$ 的實部與虛部，造成相同數字的 Y 或 N 為其選擇，請問某市選擇 yes 或 not？(20分)