

等 別：三等考試

類 科：天文

科 目：宇宙學

考試時間：2小時

座號：\_\_\_\_\_

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

- 一、如果一個氣體粒子達成熱平衡後，某個物理量的密度函數為（公式中已經將  $\hbar=1$ ， $c=1$ ， $k_B=1$  作為自然單位（natural unit）簡化，回答時應將  $\hbar, c$  等單位復原）

$$h(T) = \frac{g}{(2\pi)^3} \int \frac{E d^3 p}{e^{E/T} - 1}$$

其中  $p$ 、 $E$  分別是該粒子的動量和能量，試以 CMB 測得的粒子為例說明：

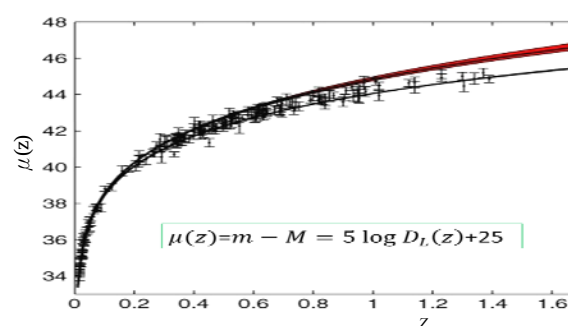
- (一) CMB 觀測粒子是什麼粒子？其  $p$  和  $E$  的關係為何？ $g$  是代表什麼物理量？數值為何？早期宇宙演化過程，CMB 粒子是透過甚麼交互作用達成熱平衡？（10分）

- (二)從式子右邊的因次看， $h(T)$  為何是密度？ $h(T)$  又代表什麼物理量的密度？（8分）

- (三)  $\exp\left[-\frac{nE}{T}\right]$ ,  $n=0,1,2,\dots$  這個式子的統計物理意義為何？和  $f(E)=1/(e^{E/T}-1)$  之間的關係為何？（6分）

- (四)請證明  $\rho \propto T^n$  的原因，並算出  $n=?$ （10分）

- 二、已知遙遠的超新星爆炸時，特定波長的光波，靜止時波長為  $\lambda$ ，luminosity 為  $L$ ，由 comoving distance  $r_z$  傳達到地球時，量得的波長為  $\lambda_0$ ，luminosity 為  $L_0$ ，光通量為  $F$ 。試由下面 Perlmutter 等人累積的觀測實驗數據圖，回答下列問題：



- (一)這一個實驗告訴我們甚麼重大的訊息？在圖上的式子裡，是用那個單位作為光度距離  $D_L$  的單位？縱軸測量的是什麼物理量？並說明  $M$  的定義。（8分）
- (二)橫軸測量的是什麼物理量？這個物理量和尺度因子的關係為何？（要說明  $z$  的原始定義。） $z=1.5$  大約代表宇宙尺度多大的時候？（6分）
- (三)由 Friedmann 方程式  $H^2 + k/R^2 = 8\pi G\rho/3$  和物質能量守恆方程式開始推導，在 FRW 空間上，上圖這個事件要發生，主導宇宙膨脹的物質，其能量密度  $\rho$  和壓力  $p$  必須滿足什麼條件？（12分）
- (四) luminosity  $L$  和超新星輻射能量的關係為何？並由  $L$  的定義推導  $L_0$  和  $L$  之間的關係（結果以  $z$  表示）。（10分）

(請接背面)

等 別：三等考試  
類 科：天文  
科 目：宇宙學

- 三、(一)假設宇宙膨脹過程處於全程物質主控時期，若  $R$  為尺度因子 (scale factor)，則從宇宙是一個絕熱系統的假設，可以得知物質能量密度  $\rho = \rho_{m0}(R_0^3/R^3)$ 。試以哈伯參數 (Hubble parameter)  $H_0$  表示現在的宇宙年齡  $t_0$ 。(10 分)
- (二)假設我們的宇宙膨脹過程，處於全程由暗物質主控和真空主控兩種物質主導，已知現在能量形式有 75% 是真空能量的形式，試以哈伯參數  $H_0$  表示宇宙年齡  $t_0$ 。(20 分)