

等 別：三等考試

類 科：經建行政、工業行政、農業行政、交通技術

科 目：統計學

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、設 X 與 N 為兩個離散隨機變數， $N \sim P(\lambda)$ ， $X|_{N=n} \sim \text{Bin}(n, p)$ 。(一)試求 X 之邊際分配，需說明分配名稱及參數。(10 分)(二)1. 計算 X 之動差母函數， $M_X(t)$ 。(5 分)

並由此計算：

2. $E(X)$ 。(5 分)3. $E(X^2)$ 。(5 分)二、設 $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i^2)$ ， $i=1, 2, \dots, n$ ，為一組獨立之常態分配。

(一)試說明：

1. $\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2$ 之精確分配。(10 分)2. 計算期望值 $E\left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2\right)$ 。(5 分)3. 變異數 $\text{Var}\left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2\right)$ 。(5 分)(二)當 $n \rightarrow \infty$ ，試寫出 $\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2$ 之極限分配。(5 分)三、若 $\{X_i\}_{i=1}^n \sim U(\theta, 1)$ 為一組來自均勻分配在區間 $(\theta, 1)$ 之獨立同態的隨機樣本。(一)試寫出 θ 之參數空間。(5 分)(二)1. 試求 θ 之動差估計式， $\widehat{\theta}_{MM}$ 。(5 分)2. 試求一常數 c 使 $c\widehat{\theta}_{MM}$ 為 θ 之一不偏估計式。(5 分)(三)試求 θ 之最大概似估計式， $\widehat{\theta}_{MLE}$ 。(10 分)四、設 $\{(x_i, Y_i)\}_{i=1}^n$ 滿足一無截距之簡單線性迴歸模型 $Y_i = \beta_1 x_i + \varepsilon_i$ ，設 $E(\varepsilon_i) = 0$ ， $\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$ ， $\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ ， $i \neq j$ 。(一)試求 β_1 之最小平方估計式 (LSE)。(10 分)(二)吾人若欲對此模型作推論，則於 ε_i 需加上何種分配的假設？(5 分)(三)在題(二)之假設下，給定 $\alpha \in (0, 1)$ 之顯著水準，如何檢定此迴歸線是否顯著？(10 分)