

大學入學考試中心
101 學年度指定科目考試試題
數學甲

—作答注意事項—

考試時間：80 分鐘

作答方式：• 選擇（填）題用 2B 鉛筆在「答案卡」上作答；更正時，應以橡皮擦擦拭，切勿使用修正液（帶）。

- 非選擇題用筆尖較粗之黑色墨水的筆在「答案卷」上作答；更正時，可以使用修正液（帶）。
- 未依規定畫記答案卡，致機器掃描無法辨識答案；或未使用黑色墨水的筆書寫答案卷，致評閱人員無法辨認機器掃描後之答案者，其後果由考生自行承擔。
- 答案卷每人一張，不得要求增補。

選填題作答說明：選填題的題號是 A, B, C, ……，而答案的格式每題可能不同，考生必須依各題的格式填答，且每一個列號只能在一個格子畫記。請仔細閱讀下面的例子。

例：若第 B 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{18}}{\textcircled{19}}$ ，而依題意計算出來的答案是 $\frac{3}{8}$ ，則考生

必須分別在答案卡上的第 18 列的 $\square_3$ 與第 19 列的 $\square_8$ 畫記，如：

18	$\square_1$	$\square_2$	$\blacksquare_3$	$\square_4$	$\square_5$	$\square_6$	$\square_7$	$\square_8$	$\square_9$	$\square_0$	$\square_{-}$	$\square_{+}$
19	$\square_1$	$\square_2$	$\square_3$	$\square_4$	$\square_5$	$\square_6$	$\square_7$	$\blacksquare_8$	$\square_9$	$\square_0$	$\square_{-}$	$\square_{+}$

例：若第 C 題的答案格式是 $\frac{\textcircled{20}\textcircled{21}}{50}$ ，而答案是 $\frac{-7}{50}$ 時，則考生必須分別在答案卡的第 20 列的 $\square_{-}$ 與第 21 列的 $\square_7$ 畫記，如：

20	$\square_1$	$\square_2$	$\square_3$	$\square_4$	$\square_5$	$\square_6$	$\square_7$	$\square_8$	$\square_9$	$\square_0$	$\blacksquare_{-}$	$\square_{+}$
21	$\square_1$	$\square_2$	$\square_3$	$\square_4$	$\square_5$	$\square_6$	$\blacksquare_7$	$\square_8$	$\square_9$	$\square_0$	$\square_{-}$	$\square_{+}$

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 76 分）

一、單選題（占 30 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

1. 令 $f(x) = x(x-1)(x^3-2)$ ，試問有多少個實數 a 滿足 $\int_0^a f'(x)dx = 0$ ？

- (1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 5 個

2. 某公司員工中有 15%為行政人員，35%為技術人員，50%為研發人員。這些員工中，60%的行政人員有大學文憑，40%的技術人員有大學文憑，80%的研發人員有大學文憑。從有大學文憑的員工中隨機抽選一人，他（或她）是技術人員的機率是下列哪一個選項？

- (1) $\frac{2}{9}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{4}{9}$ (4) $\frac{1}{5}$ (5) $\frac{2}{5}$

3. 作某項科學實驗共有三種可能結果 A 、 B 、 C ，其發生的機率分別為 $p_A = \log_2 a$ 、 $p_B = \log_4 a$ 、 $p_C = \log_8 a$ ；其中 a 為一正實數。試問 p_A 為下列哪一個選項？

- (1) $\frac{5}{9}$ (2) $\frac{6}{11}$ (3) $\frac{7}{13}$ (4) $\frac{8}{15}$ (5) $\frac{9}{17}$

4. 已知方陣 $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ 的反方陣為 $\begin{bmatrix} a' & b' & c' \\ d' & e' & f' \\ g' & h' & i' \end{bmatrix}$ 。試問下列哪一個選項為 $\begin{bmatrix} g & h & i \\ a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$ 的

反方陣？

(1) $\begin{bmatrix} a' & b' & c' \\ d' & e' & f' \\ g' & h' & i' \end{bmatrix}$

(2) $\begin{bmatrix} a' & d' & g' \\ b' & e' & h' \\ c' & f' & i' \end{bmatrix}$

(3) $\begin{bmatrix} g' & h' & i' \\ a' & b' & c' \\ d' & e' & f' \end{bmatrix}$

(4) $\begin{bmatrix} g' & a' & d' \\ h' & b' & e' \\ i' & c' & f' \end{bmatrix}$

(5) $\begin{bmatrix} c' & a' & b' \\ f' & d' & e' \\ i' & g' & h' \end{bmatrix}$

5. 當 (x, y) 在直線 $2x + y = 3$ 上變動時，關於 $K = 9^x + 3^y$ 的敘述，試問下列哪個選項是正確的？
- (1) K 有最大值 28、最小值 $6\sqrt{3}$
 - (2) K 有最大值 28、但沒有最小值
 - (3) K 沒有最大值、但有最小值 12
 - (4) K 沒有最大值、但有最小值 $6\sqrt{3}$
 - (5) K 沒有最大值也沒有最小值

二、多選題（占 32 分）

說明：第 6 題至第 9 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者，得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6. 設 $0 \leq \theta < 2\pi$ ，且方程式 $x^2 - a = 0$ 之兩根恰為 $\sin \theta$ 與 $\cos \theta$ 。請選出正確的選項。
- (1) $\tan \theta = 1$
 - (2) $\sin(\theta + \frac{\pi}{4}) = 0$
 - (3) $\sin 2\theta = -1$
 - (4) $a = \frac{1}{2}$
 - (5) 滿足題設的 θ 只有一個

7. 平面上有一 $\triangle ABC$ ， G 為 $\triangle ABC$ 的重心。 O 、 D 為此平面上的相異二點，且滿足

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}。$$

請選出正確的選項。

(1) O 、 G 、 D 三點共線

(2) $\overline{OD} = 2\overline{OG}$

(3) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{OD}$

(4) G 位於 $\triangle ABC$ 的內部

(5) D 位於 $\triangle ABC$ 的外部

8. 已知一個 n 次實係數多項式 $f(x)$ 滿足下列性質：

當 $x < 0$ 時， $f'(x) < 0$ 且 $f''(x) > 0$ ；

當 $0 < x < 1$ 時， $f'(x) < 0$ 且 $f''(x) < 0$ ；

當 $1 < x < 4$ 時， $f'(x) < 0$ 且 $f''(x) > 0$ ；

當 $x > 4$ 時， $f'(x) > 0$ 且 $f''(x) > 0$ 。

請選出正確的選項。

(1) $f'(2) > f'(3)$

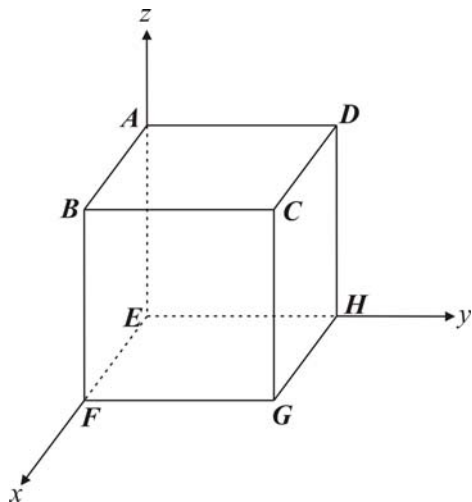
(2) $f(x)$ 在 $x = 4$ 時有最小值

(3) $f(x)$ 的圖形只有一個反曲點

(4) n 可能為 3

(5) $f(x)$ 的最高次項係數必為正

9. 如圖所示，正立方體的邊長為 2，其中點 E 為原點，點 F 、點 H 、點 A 的坐標分別為 $(2,0,0)$ 、 $(0,2,0)$ 、 $(0,0,2)$ 。令 Ω 表示四面體 $CBGD$ 與四面體 $BAFC$ 相交所形成的四面體。請選出正確的選項。



- (1) Ω 有一頂點坐標為 $(1,1,2)$
- (2) Ω 有一稜線其方向向量為 $(1,0,-1)$
- (3) Ω 有兩個側面互相垂直
- (4) Ω 僅有一個側面是正三角形
- (5) Ω 的體積為 $\frac{2}{3}$

(註：四面體的體積為 $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高}$)

三、選填題（占 14 分）

說明：1.第 A 題與第 B 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（10-15）。
2.每題完全答對給 7 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設 a, b, c, d, e 為實數。已知一次方程組
$$\begin{cases} ax + 3y + 5z = b \\ y + cz = 0 \\ 2y + dz = e \end{cases}$$
 的解的圖形是坐標空間中包含 x 軸的一個平面，則 $a = \underline{\textcircled{10}}$ ， $b = \underline{\textcircled{11}}$ ， $c = \underline{\frac{\textcircled{12}}{\textcircled{13}}}$ 。（化成最簡分數）

B. 空間中，以 $\overline{AB}$ 為共同邊的兩正方形 $ABCD$ 、 $ABEF$ ，其邊長皆為 4。已知內積 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AF} = 11$ ，則 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE} = \underline{\textcircled{14} \textcircled{15}}$ 。

— — — — — 以下第貳部分的非選擇題，必須作答於答案卷 — — — — —

第貳部分：非選擇題（占 24 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、(3)），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至給零分。作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆。每一子題配分標於題末。

一. 設 f 為一實係數多項式函數。

(1) 設 $\langle a_n \rangle$ 為一數列，其中 $a_n = \frac{f(n)}{n^4}$ 。若 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5$ ，試求 f 的次數與最高次項係數。

（3 分）

(2) 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$ ，試求 f 的函數圖形在 $x=0$ 時的切線方程式。（4 分）

(3) 若 f 滿足上面(1)與(2)的假設，且 $f''(0)=2$ ，試求 $\int_{-1}^1 f(x)dx$ 之值。（5 分）

二. 在 $\triangle ABC$ 中， D 為 $\overline{BC}$ 邊上一點且 $\overline{AD}$ 平分 $\angle BAC$ 。已知 $\overline{BD}=5$ 、 $\overline{DC}=7$ ，且 $\angle ABC = 60^\circ$ 。

(1) 試求 $\sin \angle ACB$ 之值。（4 分）

(2) 試求 $\sin \angle BAC$ 之值。（4 分）

(3) 試求 $\overline{AB}$ 邊之長。（4 分）