

108年公務、關務人員升官等考試、108年交通
事業郵政、公路、港務人員升資考試試題

等 級：簡任

類科(別)：物理

科 目：力學研究

考試時間：2 小時

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

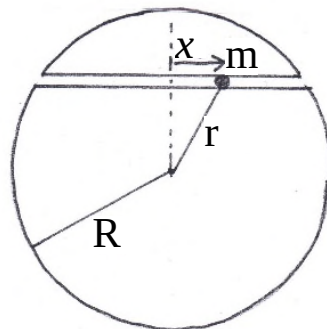
(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、設某行星可視為一密度均勻之球體，其質量為 M 且半徑為 R ，萬有引力常數為 G 。

(一)請找出距離球體中心 r 的引力場強度。(7 分)

(二)如圖一所示，在上述行星中挖掘出一條狹小隧道（其直徑與質量可忽略）。請證明在隧道內質量為 m 的點質量會進行簡諧運動，並找出其運動週期。(18 分)



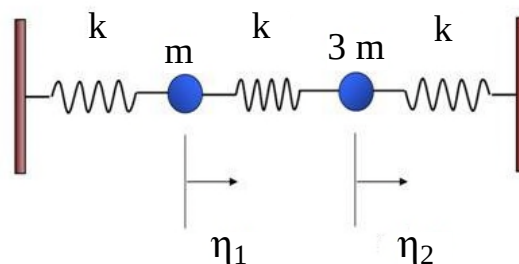
圖一

二、如圖二所示，兩個質量為 m 與 $3m$ 之點質量被三條相同彈簧於兩牆壁間連在一起，彈簧常數為 k 。考慮在小振幅條件下作一維小震盪，並以 η_1 和 η_2 來標示兩個質量距離平衡點的位移。

(一)請寫下此系統的彈性位能函數。(5 分)

(二)請找出此系統震盪的特徵頻率 (eigen-frequencies)。(10 分)

(三)請找出此系統的振動正常模態 (normal modes)。(10 分)

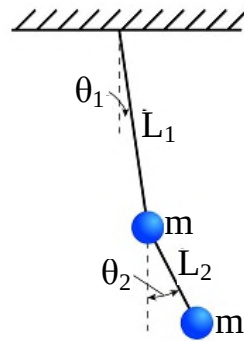


圖二

三、考慮如圖三所示由兩個相同點質量 m ，線長為 L_1 和 L_2 組成的雙擺 (double pendulum)，所有擺動皆在同一垂直平面上，並以 θ_1 和 θ_2 來標示兩個質量離垂直平衡的角度。

(一)請分別寫下此系統的動能和位能。(10 分)

(二)請寫下此系統的拉格朗日量 (Lagrangian)，並推導出 θ_1 和 θ_2 所滿足的運動方程。(15 分)



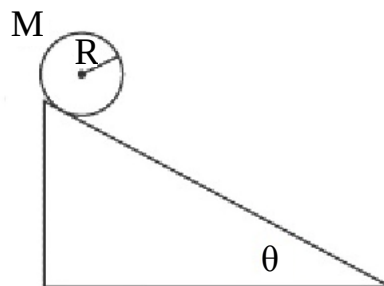
圖三

四、如圖四所示，一個質量為 M 且半徑為 R 的均勻圓柱體沿著固定之斜面無滑動地滾下。設重力加速度為 g 。

(一)請問圓柱體轉動慣量 I_{CM} (旋轉軸穿過圓柱體之質心，並平行於滾動圓柱體之長軸) 為何？(4 分)

(二)求圓柱體質心之加速度。(9 分)

(三)在圓柱體滾下而不滑動條件下，求圓柱體與斜面之最小摩擦係數。(12 分)



圖四