

類 科：地震測報

科 目：地球物理數學概要

考試時間：1 小時 30 分

座號：_____

※注意：(一)禁止使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

一、應力 (P) 與應變 (e) 的矩陣數學關係為

$$P_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}$$

其中 λ 和 μ 為 Lamé 常數， δ 為克氏函數 (Kronecker delta function)， θ 為體脹係數 (cubical dilatation)。

(一)請寫出 $P_{22} = ?$ (5 分)(二)請寫出 $P_{23} = ?$ (5 分)

(三)請寫出剪力模數 (shear modulus) 的通式。(5 分)

二、巴斯卡矩陣 (Pascal matrix) 的行列式值為 1，其元素可藉由二項式定理算出。若矩陣 A 為一巴斯卡矩陣

$$A = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & 1 & 1 \\ 1 & a_{22} & 3 & 4 \\ 1 & 3 & a_{33} & a_{34} \\ 1 & 4 & a_{43} & 20 \end{bmatrix}$$

則 $a_{12} + a_{22} + a_{33} + a_{34} + a_{43} = ?$ (15 分)

三、假設 $A(z) = A_0 e^{-z/D}$ ，視 A_0 、 D 為常數，請計算定積分 $\int_0^t A(z) dz$ 。(20 分)

四、請利用 Euler's formula 計算：

(一) $e^{i\pi/2} = ?$ (5 分)(二) $\sqrt{i} = ?$ (10 分)五、若震源信號 $w(t) = (1, 0.5)$ ，濾波器脈衝響應 $e(t) = (a, b)$ 。(一)請計算輸出的震波信號 $x(t)$ 。(10 分)(二)若期望輸出的震波信號為 $d(t) = (1, 0, 0)$ ，則能量累積誤差 (cumulative energy of the error) L 為何？(5 分)

(三)為何地球物理學家不取振幅累積誤差？(5 分)

六、若 $f(t)$ 的傅立葉轉換定義為 $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$ 。

(一)寫出 $F(\omega)$ 的逆傅立葉轉換 (inverse Fourier transform)。(5 分)(二)若定義 $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i2\pi\omega t} dt$ ，則 $F(\omega)$ 的逆傅立葉轉換為何？(5 分)(三)若定義 $F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$ ，則 $F(\omega)$ 的逆傅立葉轉換為何？(5 分)